

Летняя научная школа
“Нанofизика низких температур”

Фонд
Дмитрия Зимина
«ДИНАСТИЯ»

Валерий Рязанов

*Заведующий лабораторией сверхпроводимости
Института физики твердого тела РАН*

Ср. 29 августа 2007, 14:30 - 16:00

Гибридные структуры сверхпроводник-металл

Лекция 3

План лекции

- Туннельные NIN, NIS и SIS переходы
- Кулоновская блокада в NIN туннельном переходе
- Одноэлектронный бокс и одноэлектронный транзистор
- Устройства, использующие кулоновскую блокаду
- Блоховские осцилляции в SIS переходах
- Устройства, использующие туннельные NIS переходы

Туннелирование между нормальными металлами. Туннельный NIN-переход.

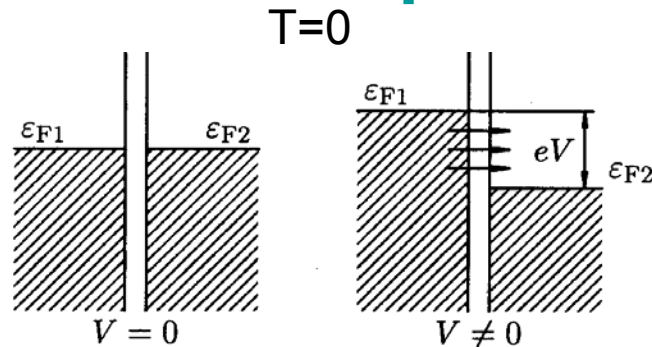
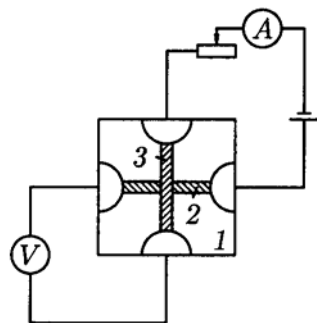
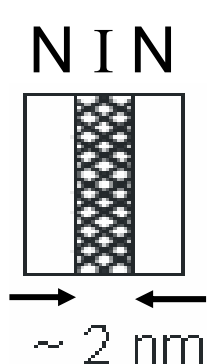
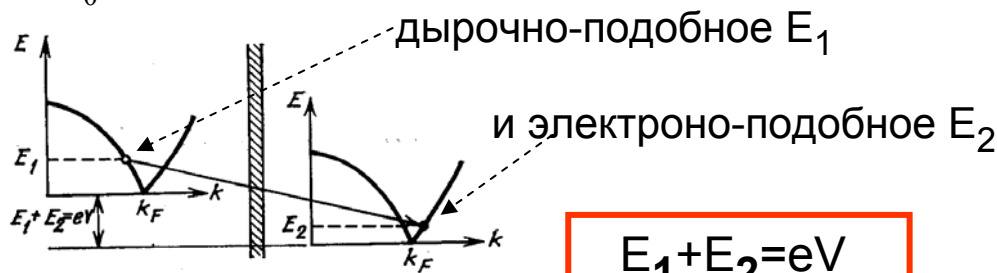
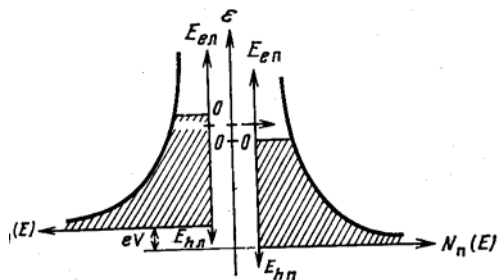


Диаграмма “полупроводникового” типа

скорость туннелирования слева направо:

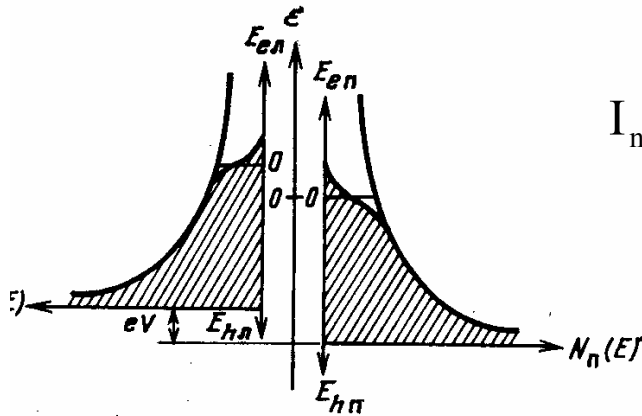
$\tau_i^{-1} = (2\pi/\hbar) |T|^2 N_r(\varepsilon)$, где $|T|$ - средний туннельный матричный элемент;
 $|T|^2$ - средняя вероятность туннелирования, $N_r(\varepsilon)$ - плотность сост. справа

$$I_{mn}(T=0) = Ae \int_0^{eV} d\varepsilon \tau_i^{-1} N(\varepsilon - eV) = \frac{2\pi eA}{\hbar} \int_0^{eV} d\varepsilon |T|^2 N(\varepsilon - eV) N(\varepsilon) \approx \frac{2\pi eA}{\hbar} |T|^2 N^2(\varepsilon_F) eV = \frac{V}{R_T}$$



$E_1 + E_2 = eV$

Туннельный NIN-переход. Конечная температура



$$I_{nn}(T \neq 0) = \frac{2\pi eA}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon |T|^2 N(\varepsilon - eV) N(\varepsilon) [f(\varepsilon - eV) - f(\varepsilon)]$$

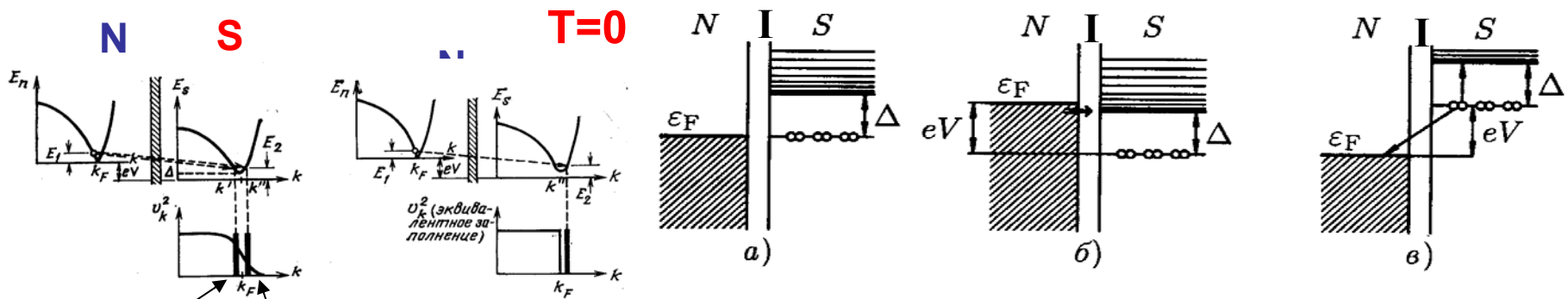
$$I_{nn} = I_{лп} - I_{пл}$$

$$I_{лп} = \frac{2\pi eA}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon |T|^2 N(\varepsilon - eV) N(\varepsilon) f(\varepsilon - eV) [1 - f(\varepsilon)]$$

$$I_{пл} = \frac{2\pi eA}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon |T|^2 N(\varepsilon - eV) N(\varepsilon) f(\varepsilon) [1 - f(\varepsilon - eV)]$$

Вольт-амперная характеристика - линейна

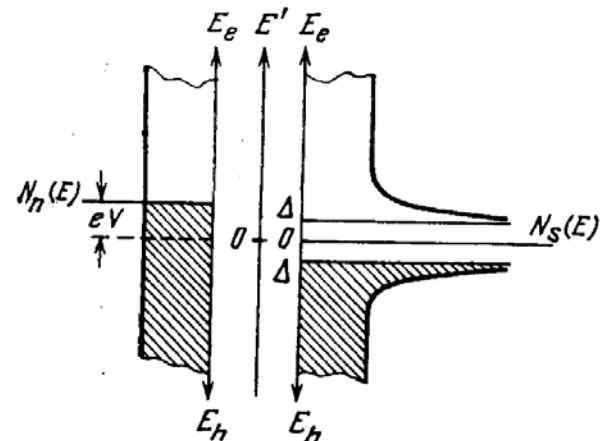
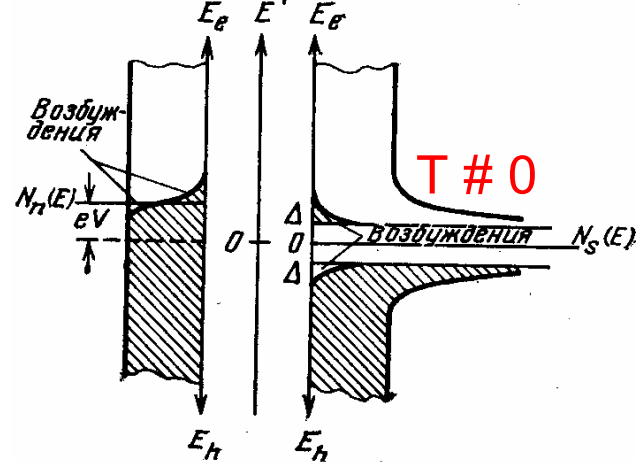
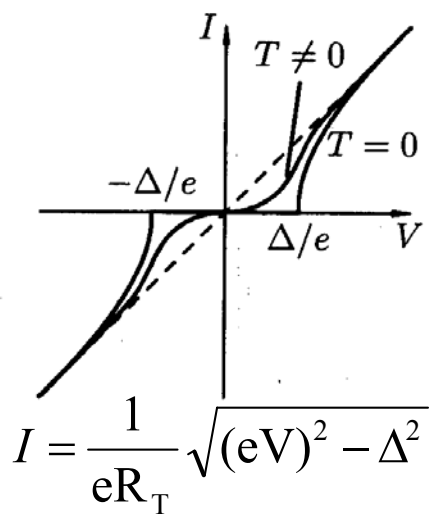
Туннелирование между нормальным металлом и сверхпроводником. Туннельный NIS-переход.



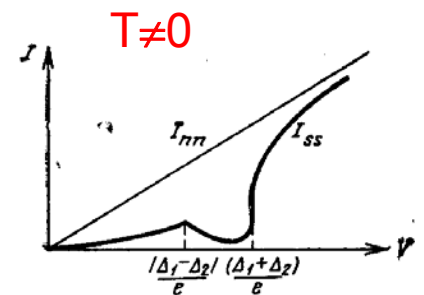
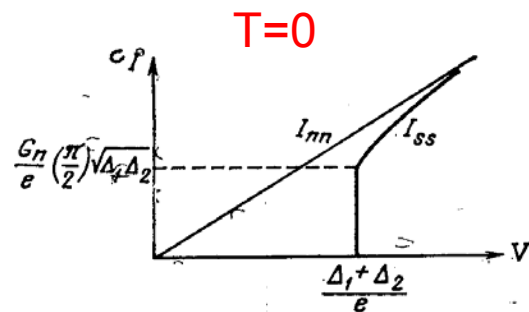
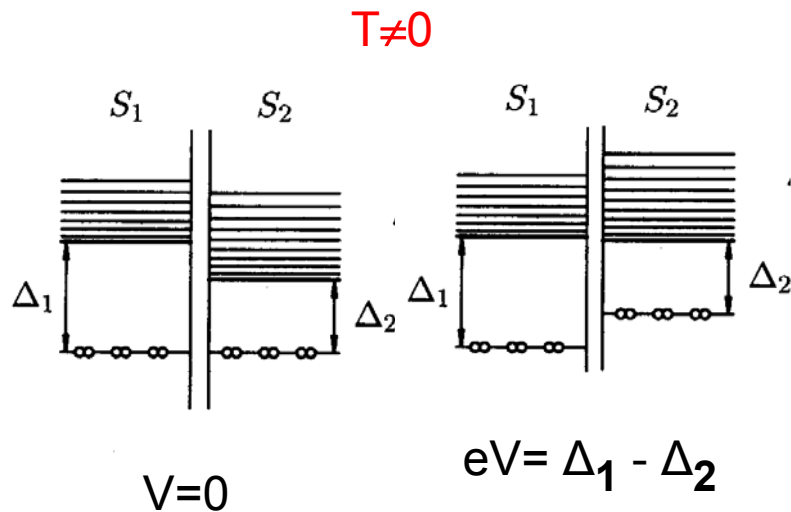
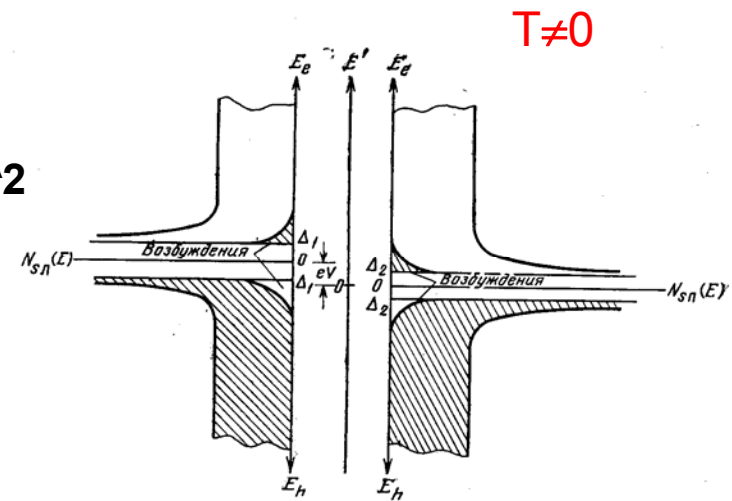
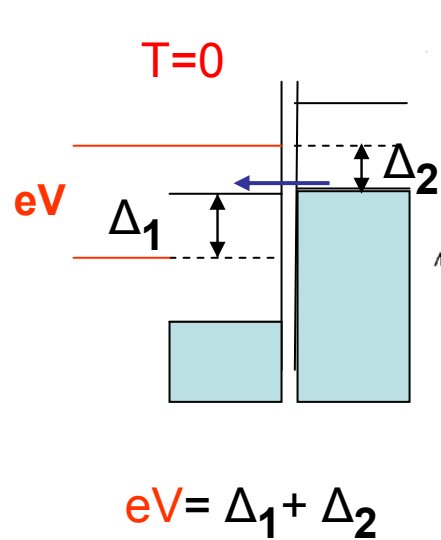
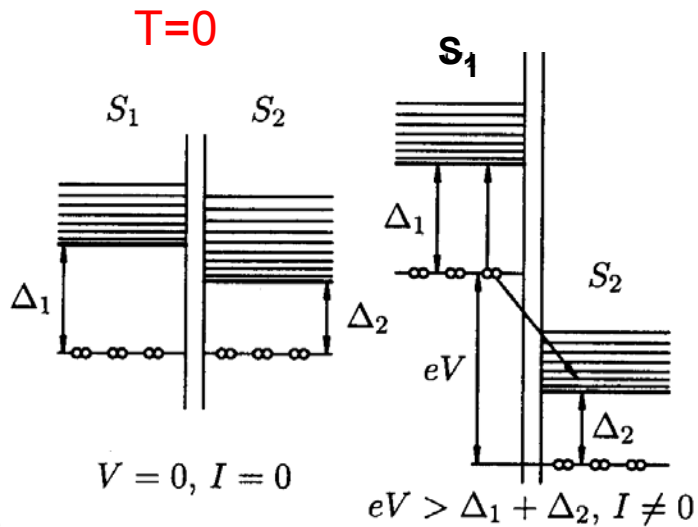
$u_k^2 + u_k^2 = E_1 + E_2 = eV; |eV| < \Delta; I = 0$
 $eV > \Delta; I > 0$
 $eV < \Delta; I < 0$

$v_k^2 + u_k^2 = 1$

$$I_{sn}(T=0) = \frac{2\pi e A}{\hbar} \int dE' |T|^2 N(\epsilon - eV) N(E') = \frac{2\pi e^2 A N^2(0) |T|^2 eV}{\hbar} \int_{\Delta}^{eV} dE' \frac{E'}{\sqrt{E'^2 - \Delta^2}}$$



Туннелирование между двумя сверхпроводниками. Туннельный SIS-переход.



Кулоновская блокада в NIN переходе

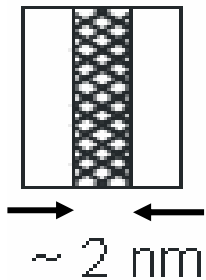
Субмикронный туннельный переход с малой емкостью C .

Одноэлектронная кулоновская (зарядовая) энергия $E_C = e^2/(2C)$ велика.

Q - заряд, а $E_C = Q^2/(2C) = CV^2/2$ – энергия этого конденсатора .

N I N

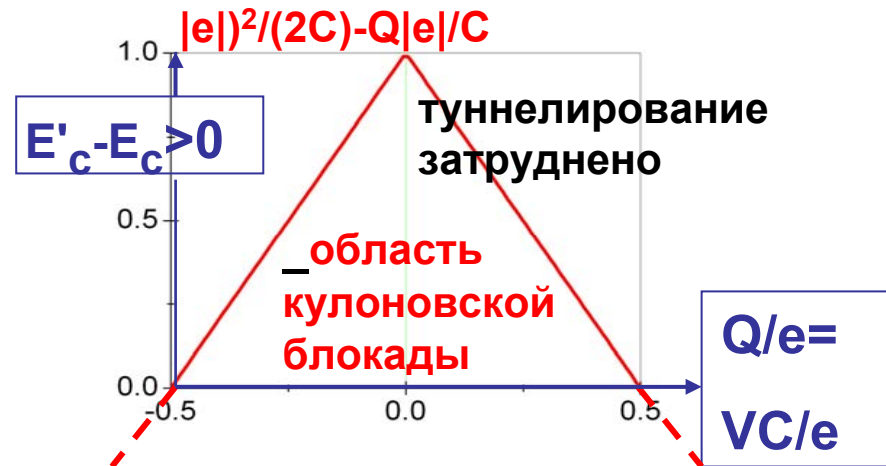
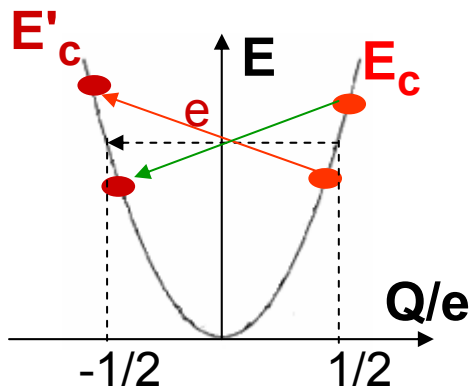
Разряд конденсатора невыгоден для $0 < Q < |e|/2$ Q :



энергия $E'_c = (Q - |e|)^2/(2C)$ становится больше ! $(V = Q/C)$

Кулоновская блокада туннелирования для $0 < V < |e|/(2C)$,

т.е. увеличение дифф. сопротивления вблизи малых смещений.



Квантовые флуктуации в NIN переходе

Ограничения на T и R при наблюдении блокады:

$E_c > kT$ (тепловые флуктуации), $C < 10^{-15}$ F, $T > 1$ K

$1/R_T + 1/R_e < 1/R_Q$ (квантовые флуктуации)

$R_Q = h/e^2$ квантовое сопротивление

Квантовый распад зарядового состояния $E_c = e^2/(2C)$

происходит за счет **виртуальных процессов**:

$\Delta E \Delta t \sim \hbar$, если $\Delta t < \hbar/E_c$; $\Delta t \sim RC$;

где $1/R = 1/R_T + 1/R_e$ - два пути распада:

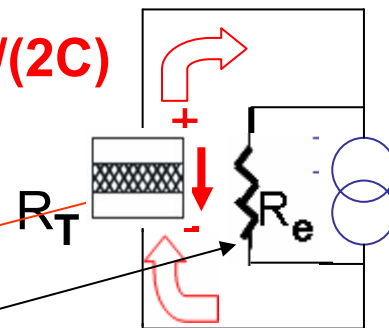
через сам **переход**

и через резистор источника тока

- условие отсутствия квантовых распадов

$$\Delta t \sim RC > \frac{\hbar}{E_c} = \frac{2C\hbar}{e^2}$$

$$R > 2\hbar/e^2 \sim R_Q$$



Одно-электронный бокс (островок) и “кулоновская лестница”

Нет непрерывного изменения заряда островка Q при непрерывном изменении $V_g = Q_0/C_g$ затвора

Q меняется дискретно ($V_g \cong Q/C_\Sigma$)

C_Σ - полная емкость островка (включая C_g)

Q_0 - наведенный «внешний» заряд

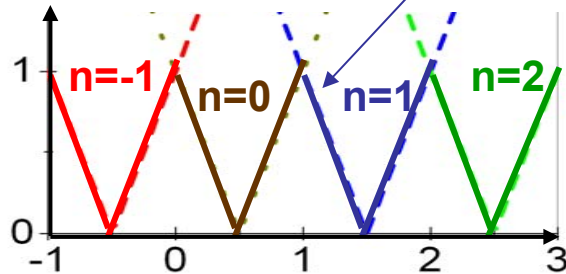
Найдем зависимость $Q(Q_0)$:

Зарядовая энергия системы: $E = Q^2/(2C_\Sigma) - Q_0 Q/(2C_g)$

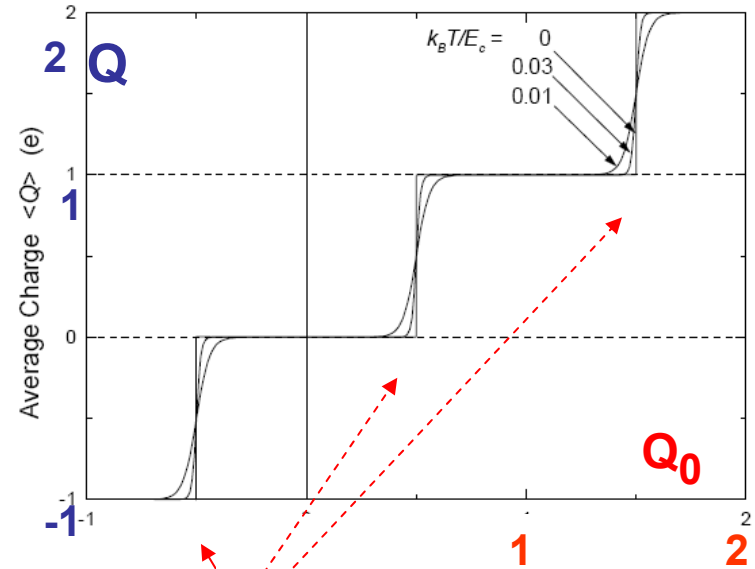
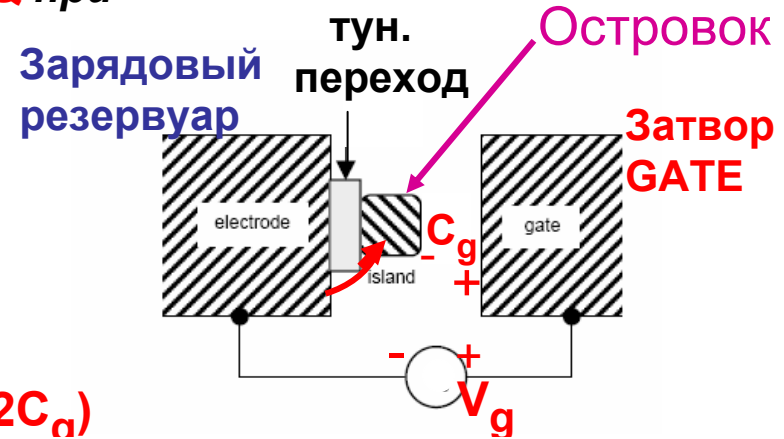
$$E = Q^2/(2C_\Sigma) - Q Q_0/(2C_g) =$$

$$1/(2C_\Sigma)(Q_n - Q)^2 - \text{const } Q_n^2 = (Q_0 - ne)^2/(2C_\Sigma) - \text{const } Q_0^2$$

$$E_{n+1} - E_n = (Q_0 - 2e)^2 - (Q_0 - e)^2$$

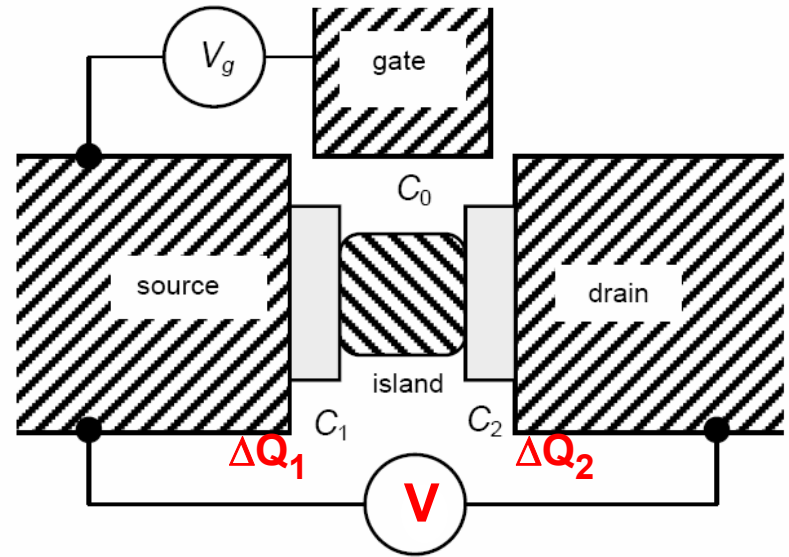
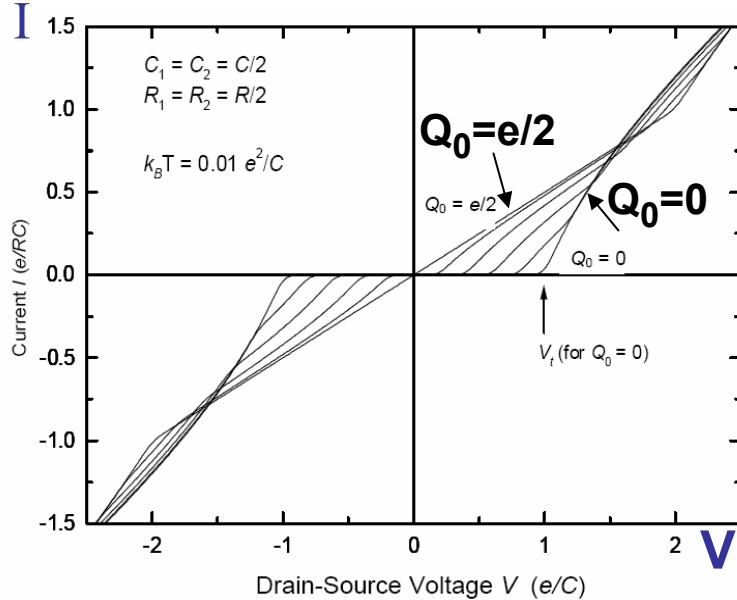


$$Q_0/e = V_g C_g / e$$



$$Q_0 = e(n + 1/2)$$

Одно-электронный транзистор (SET)



Энергия SET = энергия бокса + энергия источника напряжения. Последняя:

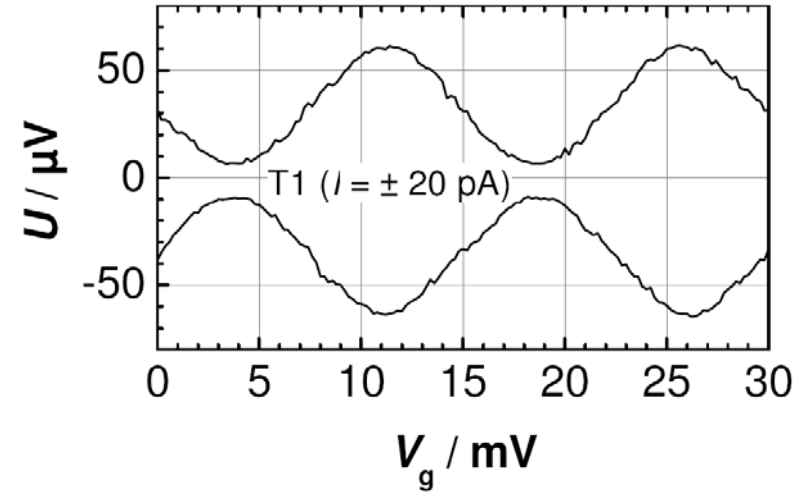
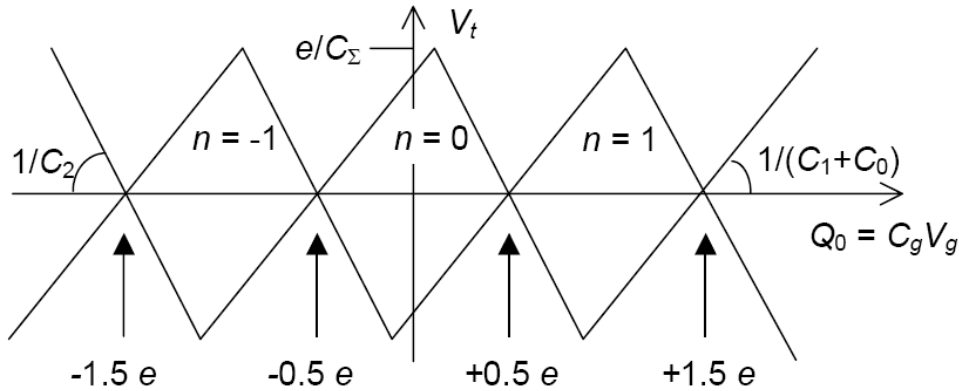
$$E_V = \int V I dt = V(\Delta Q_1 + \Delta Q_2) = V(C_1 \Delta U_1 + C_2 \Delta U_2) = -eV(C_1 \Delta n_1 + C_2 \Delta n_2) / C_\Sigma$$

$\Delta U_i = -en_i / C_\Sigma$ - потенциалы, наведенные зарядами справа и слева;

$C_\Sigma = C_0 + C_1 + C_2$ - полная емкость островка;

Энергия SET: $E = (C_0 V_g - ne)^2 / (2C_\Sigma) - eV(C_1 \Delta n_1 + C_2 \Delta n_2) / C_\Sigma - \text{const}$; ($n = \Delta n_1 - \Delta n_2$)

Ромбическая (“diamond”) характеристика

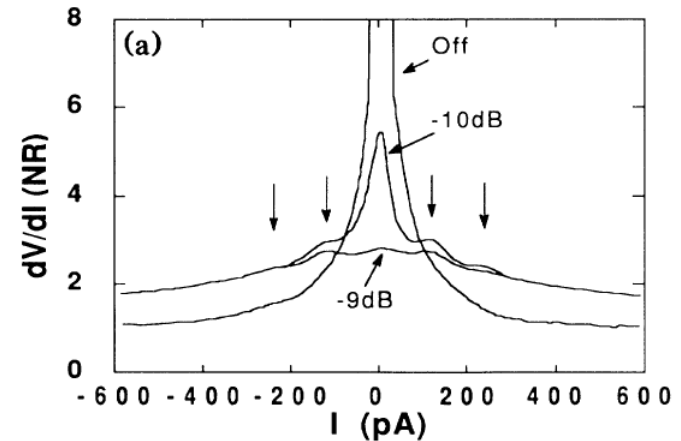
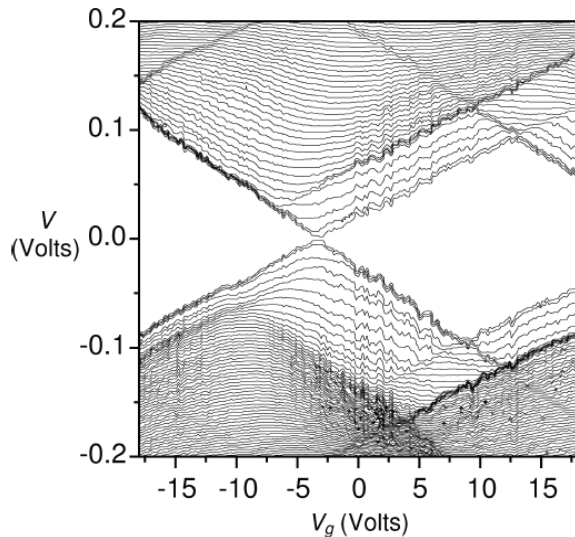


Электрометры

$$\sim 10^{-5} - 10^{-6} e / (\text{Hz})^{1/2}$$

Токвые ступени

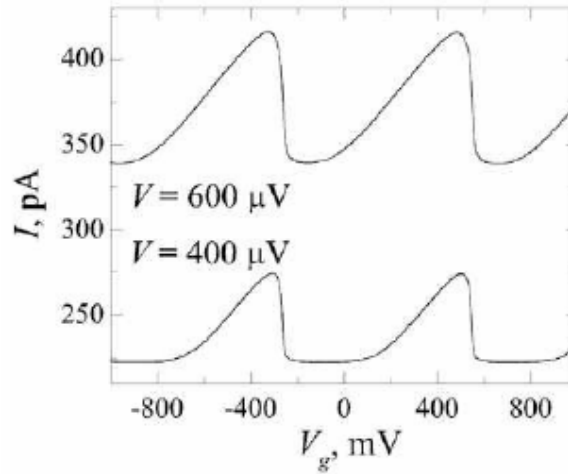
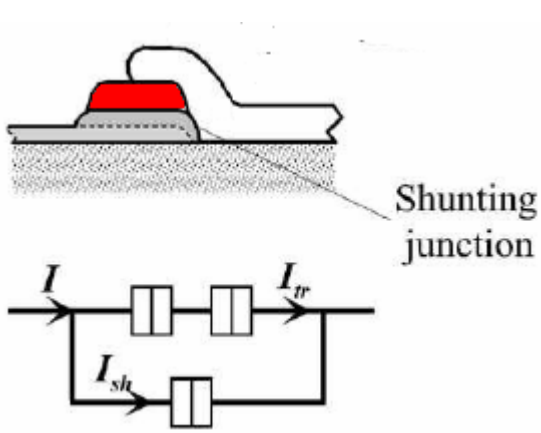
$$f = \frac{I}{e}$$



Чувствительный SET электромметр

V.A. Krupenin, D.E. Presnov, A.B. Zorin and J. Niemeyer (МГУ + PTB)

Основной источник зарядовых флуктуаций – диэлектрическая подложка



$$\delta Q \sim 8 \times 10^{-6} e / (\text{Hz})^{1/2}$$

одноэлектронный бокс (островок) был полностью изолирован от подложки сверхпроводящим слоем для устранения зарядового шума

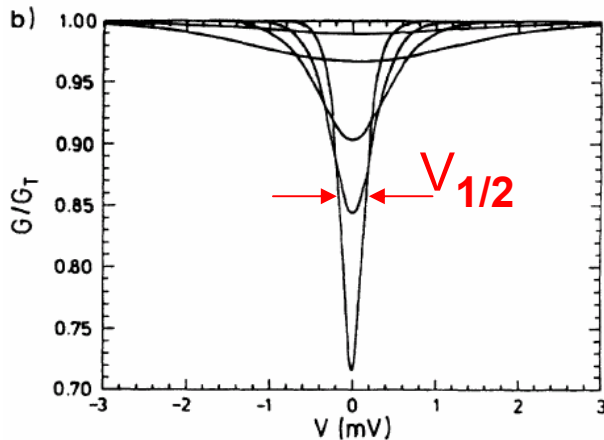
Термометр на кулоновской блокаде

$$E_C = e^2/(2C) \sim kT$$

$G = dI/dV \rightarrow G_T$ при больших V

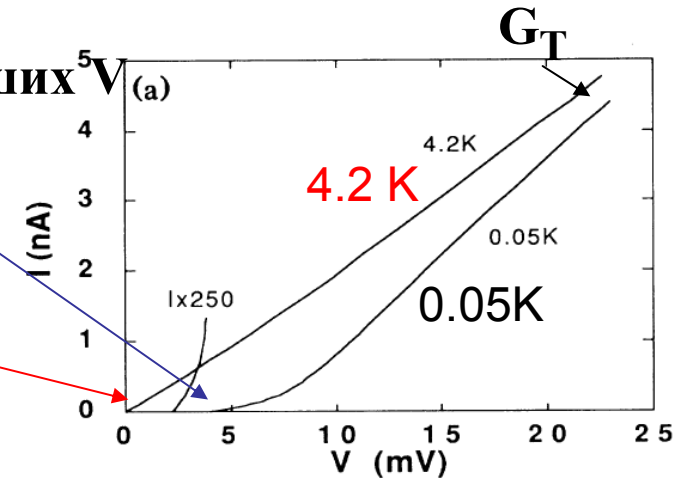
$G = 0$ при $V < V_C$; $T \rightarrow 0$

$G \rightarrow G_{\min}$ at $V \rightarrow 0$; $kT \sim E_C$



$$\Delta G = G_T - G_{\min}$$

$$\frac{\Delta G}{G_T} \approx \frac{E_C}{3kT}$$



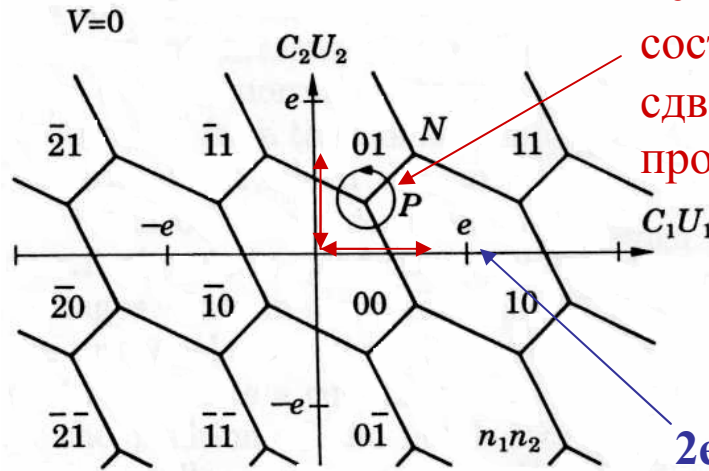
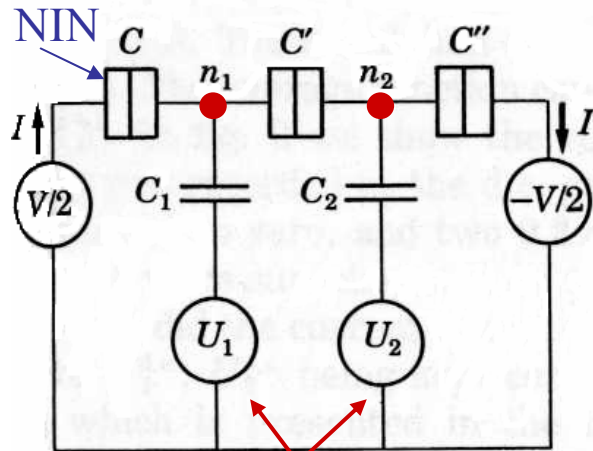
$$eV_{1/2} = 5.439 N kT \quad \text{для } kT \gg E_C$$

N – число туннельных переходов в цепочке

Pekola et al, PRL 73, 2903 (1994)

Одноэлектронный “насос”

Pothier, Lafarge, Urbina, Esteve, Devoret (1992)

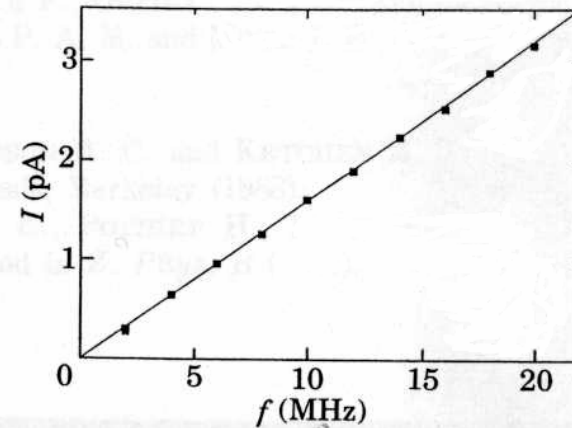
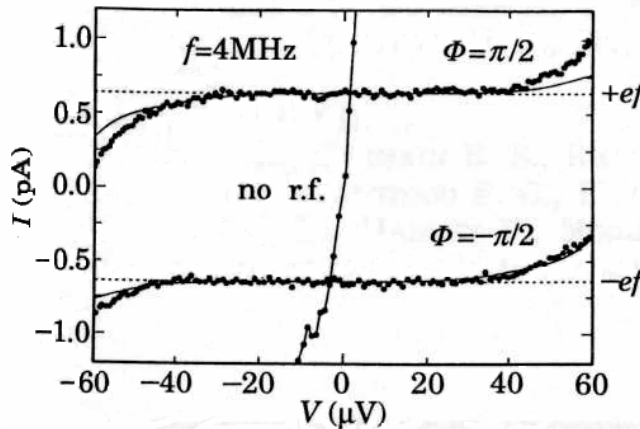


Реверсивное изменение состояний из-за фазового сдвига $\geq \pi/2$; для $-\pi/2$ – противоположное направл.

$$I = ef$$

$2e$ в случае SIS и $I = 2ef$

Сдвинутые по фазе ВЧ-сигналы с амплитудой $V < e/2C$



Блоховские осцилляции

в сверхпроводящем туннельном переходе

$$E = Q^2/(2C) + E_J (1 - \cos \varphi)$$

Из-за большой $E_c = Q^2/(2C)$ (квантовый предел):

- Квантованные уровни в ямах
 - Туннелирование между ямами
- + трансляционная симметрия $\Psi(\varphi) = \Psi(\varphi + 2\pi)$
(подобно электронам в кристалле)

= зонный энергетический спектр

с Q вместо k

$$\Delta Q \Delta \varphi \sim 2e \text{ как } \Delta k \Delta x \sim 1, \text{ i.e. } Q \leftrightarrow 2ek$$

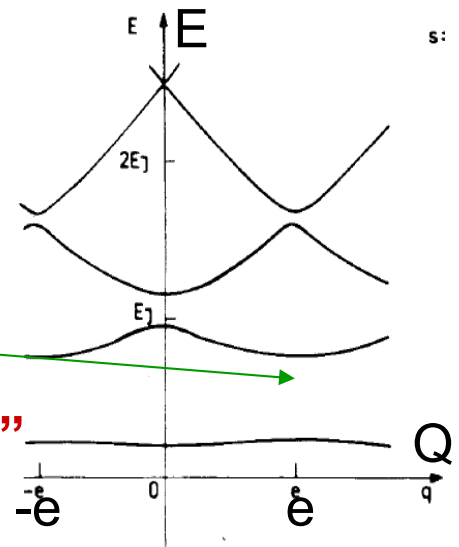
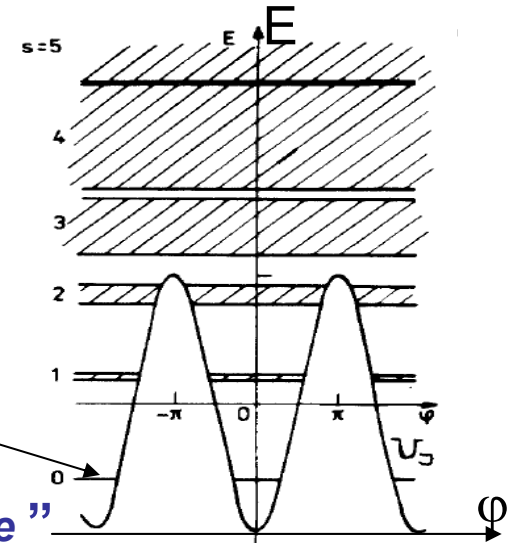
$$C \leftrightarrow m$$

Закон дисперсии: $E = Q^2/(2C)$ подобно $E = \hbar^2 k^2 / (2m)$

$dE/dQ = 0$ точка вырождения, подобная границе зоны Бриллюэна

в " Q - пространстве"

$$E_c \gg E_J$$



Блоховские осцилляции

Состояния зарядового кубита

Щель на границах зон где “групповая скорость”=0

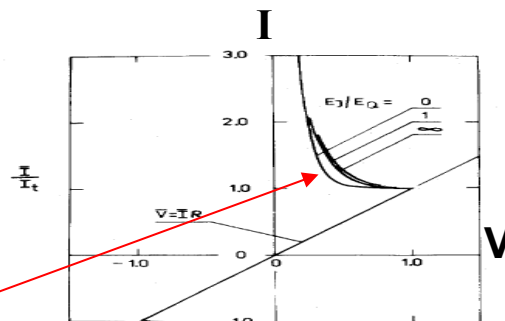
$$V_{gr} = dE/dk \rightarrow dE/dQ = Q/C = V = (2\pi/\Phi_0) d\varphi/dt = 0:$$

точка разряда “конденсатора”

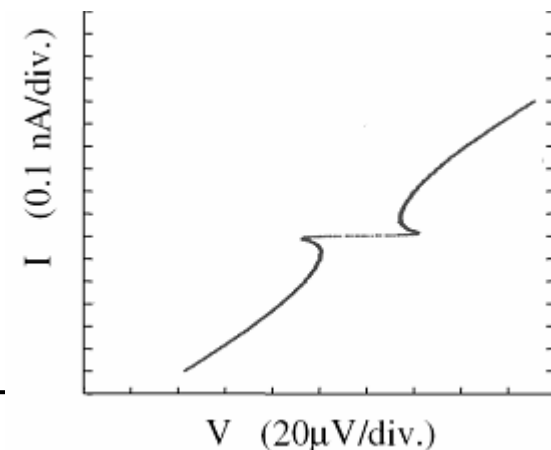
Энергия кулоновской блокады для “2e-случая” зануляется при $Q=e(2n+1)$, т.к. $E_c = (2e)^2/(2C)$

При V вблизи V_b дискретный 2e-проскок сверхтока!

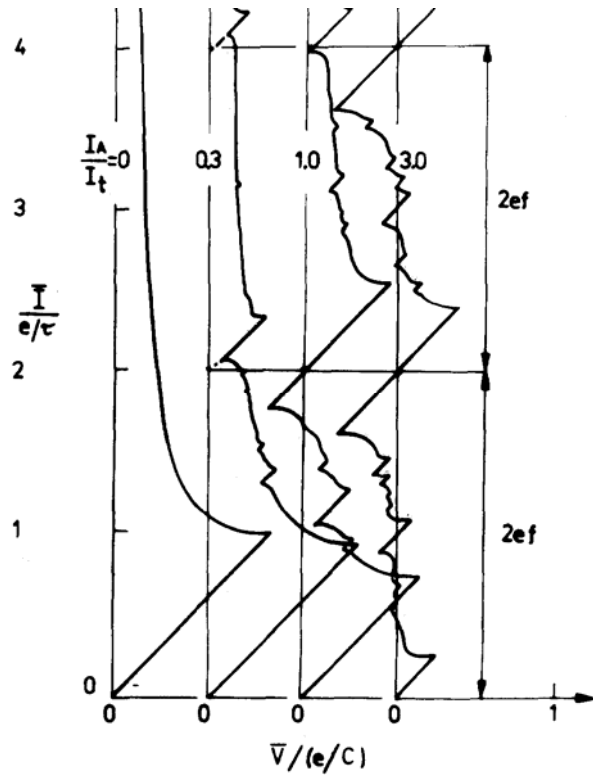
“Блоховские осцилляции”: периодический перенос куперовских пар с перезарядкой перехода сверхпроводящим током



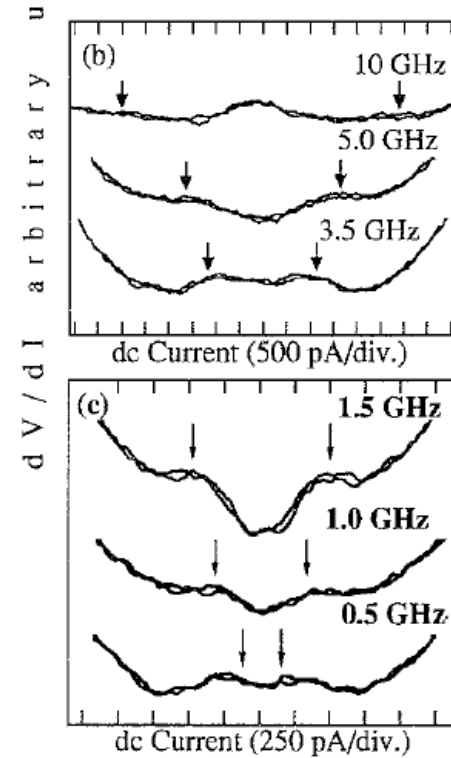
область перезарядки



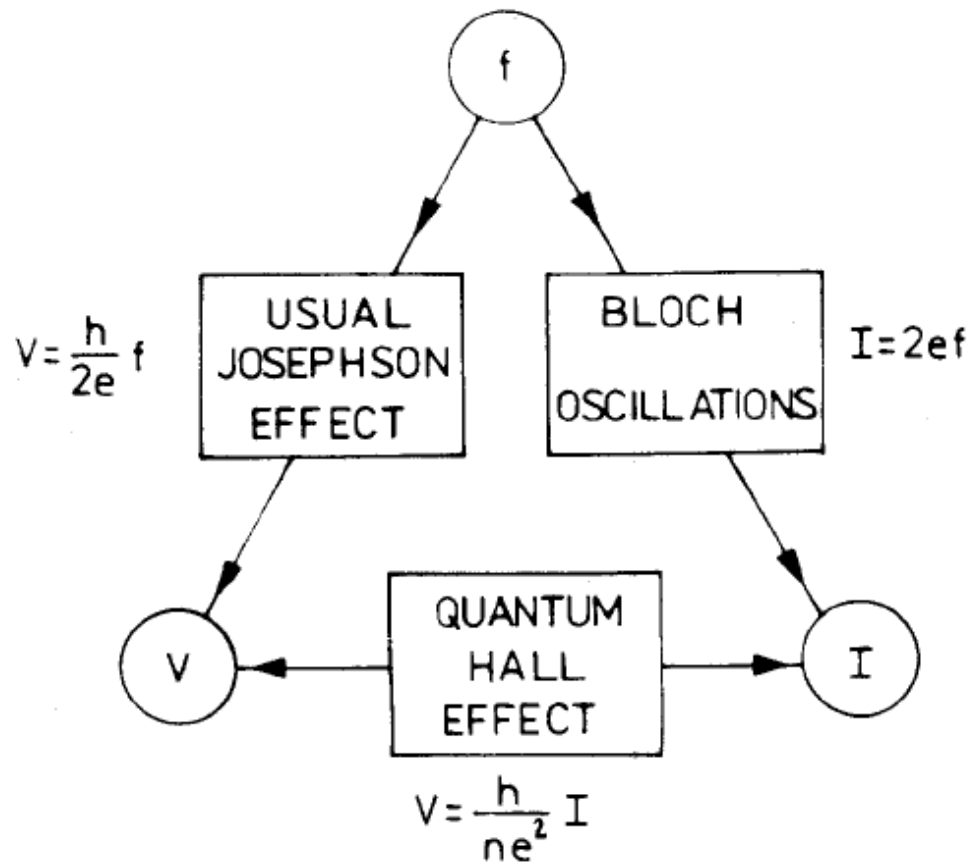
“Блоховские ступени” на ВАХ



$$f = \frac{I}{2e}$$

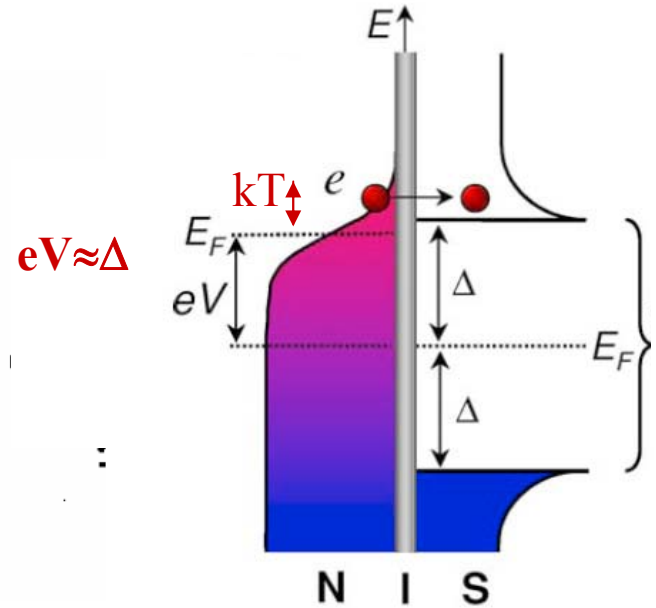
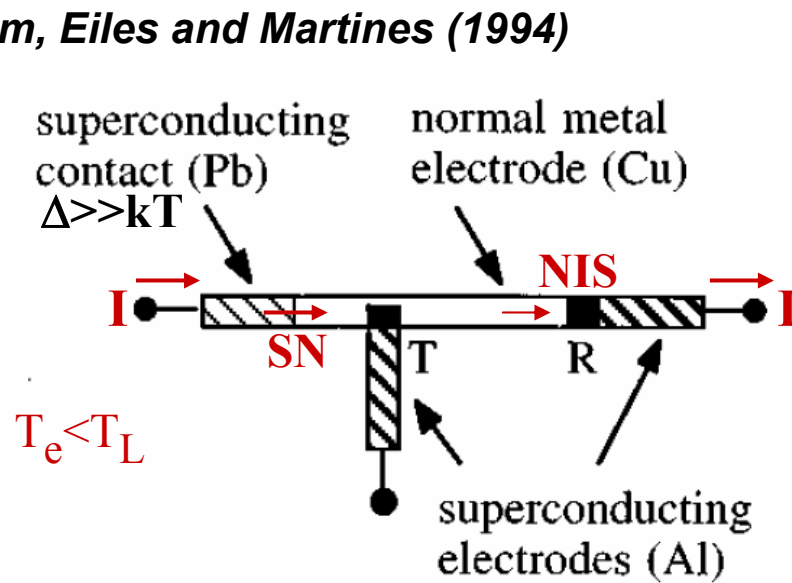


Квантовый метрологический треугольник



Электронный микрорефрижератор, основанный на туннельном NIS переходе

Nahum, Eiles and Martines (1994)



$$I = \frac{1}{eR_T} \int_{\Delta}^{\infty} f_0(E - eV) [N_s(E) / N(0)] dE = \frac{1}{eR_T} \int_{\Delta}^{\infty} \frac{1}{\exp[(E - eV)/kT] + 1} \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} dE$$

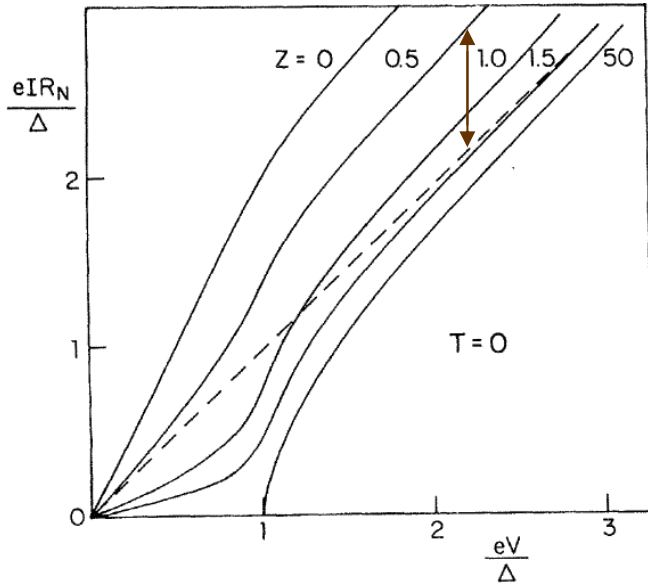
R_T - туннельное сопротивление NIS перехода в норм. сост.; $I \approx kT / (eR_T)$ at $eV \approx \Delta$

Переносимая тепловая мощность: $P_N = I(E - eV) / e$

$$P_N = \frac{1}{e^2 R_T} \int_{\Delta}^{\infty} (E - eV) \frac{1}{\exp[(E - eV)/kT] + 1} \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} dE;$$

Максимальное охлаждение
 $P_{N,max} \approx (kT)^2 / (e^2 R_T)$ при $eV \approx \Delta$
1.5 pW при $T = 300$ mK
 (охлаждение до 200 mK)

SN-SIN теплопроводность



$$I_{NS}(E)dE = I_{NN}(E) \Big|_{z=0} [1+A(E)-R] dE$$

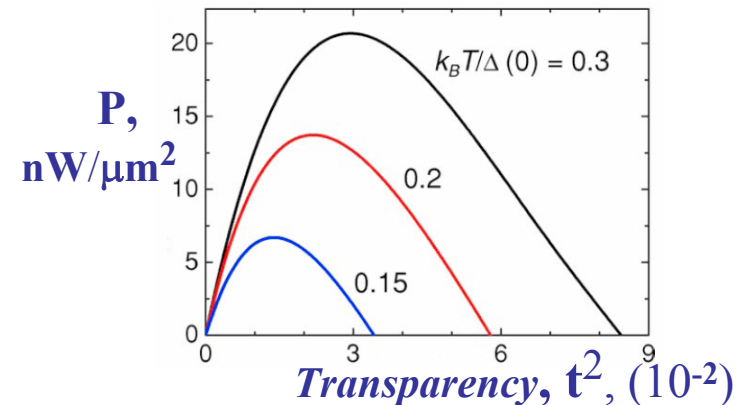
R - нормальное отражение

$A(E)=1$ – андреевское отражение

$$R = \frac{Z^2}{1+Z^2}; \quad R=0 \leftrightarrow Z=0: \text{ballistic case}$$

$$R=1 \leftrightarrow Z=\infty$$

P – тепловой (квазичастичный) поток через NIS границу



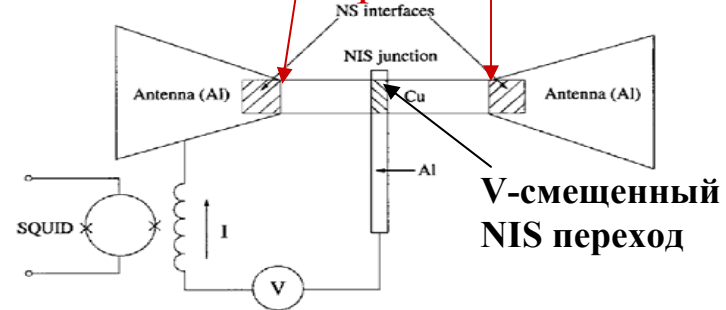
Микроболометр на горячих электронах

Nahum, Martines (1993)

I-смещенный NIS переход

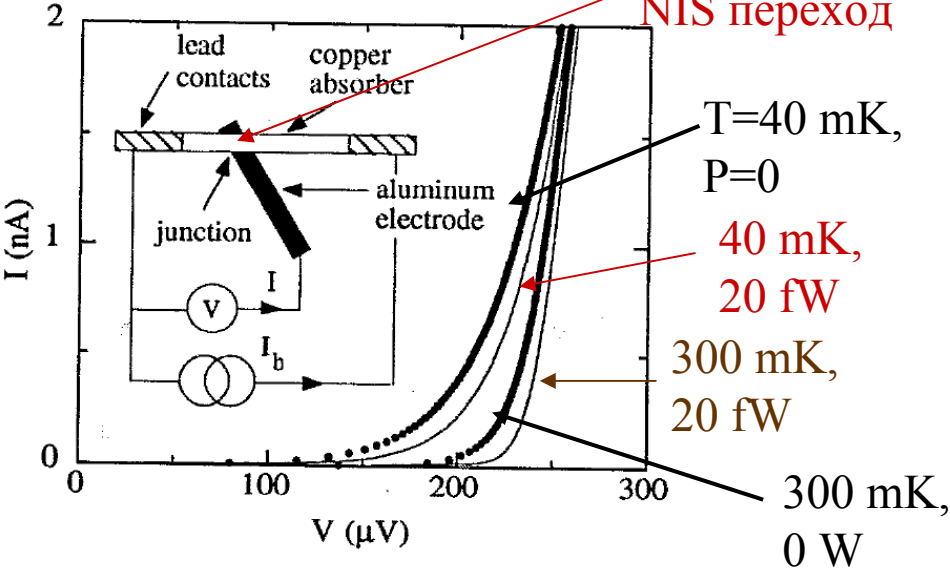
$$eV \leq \Delta$$

NS андреевские зеркала

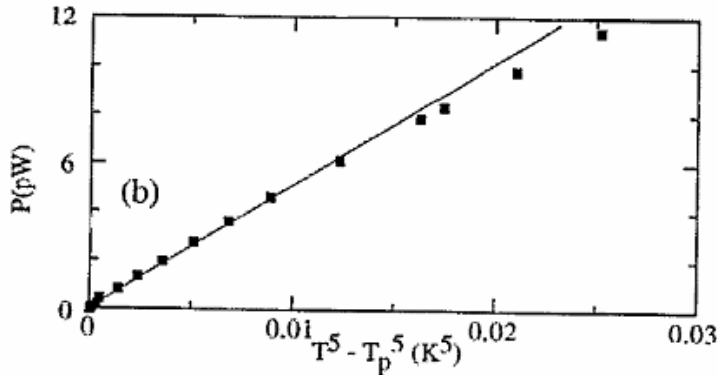


V-смещенный NIS переход

Теплоизоляция тонкопленочного нормального (медного) абсорбера осуществляется NS-переходами с высокой прозрачностью.



Эффект инфракрасного облучения $P \approx A(T_e^5 - T_{ph}^5)$



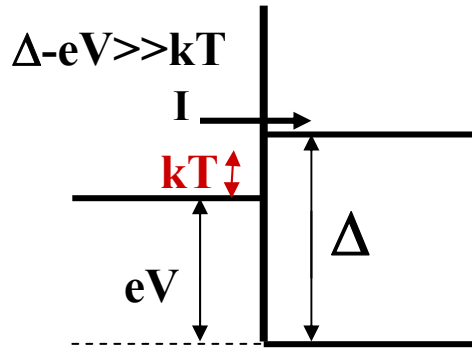
Теплопередача от электронов к фононам

Чувствительность к субмиллиметровому облучению лучше $10^{-17} \text{ W}/(\text{Hz})^{1/2}$ при $T=100 \text{ mK}$!

Чувствительный электронный термометр

Nahum, Martines (1993)

I- смещенный NIS термометр: $\Delta - eV \gg kT$;



(охлаждающий эффект мал)

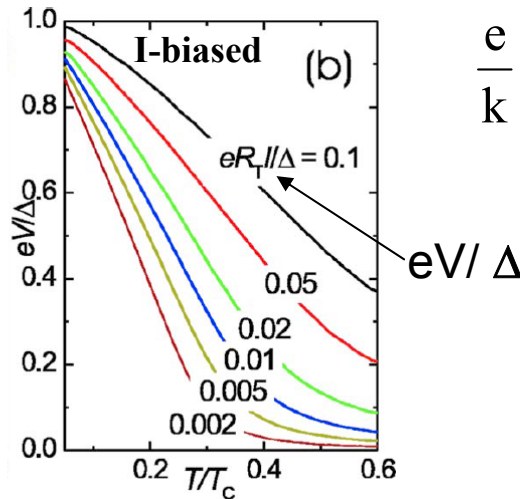
$$I \sim \frac{kT}{eR_T} \exp\left(-\frac{\Delta - eV}{kT}\right);$$

$$\frac{eR_T I}{kT} \sim \exp\left(-\frac{\Delta - eV}{kT}\right);$$

Чувствительность dV/dT ?

$$\frac{eR_T I}{k} \frac{d}{dT} \frac{1}{T} = \frac{d}{dT} \exp\left(-\frac{\Delta - eV}{kT}\right) = \exp\left(-\frac{\Delta - eV}{kT}\right) \left(\frac{e}{kT} \frac{dV}{dT} - \frac{\Delta - eV}{kT^2}\right);$$

$$\frac{e}{k} \frac{dV}{dT} = \frac{\Delta - eV}{kT} - 1 \approx \frac{\Delta - eV}{kT} \quad \text{для } \Delta - eV \gg kT;$$



$dV/dT \approx 0.6$ мкВ/мК при 40 мК

С помощью сканирующего туннельного микроскопа можно измерять локальную электронную температуру

NIS одноэлектронный бокс

Pekola, Giazotto, Saira (PRL, 2007)

Зарядовая энергия N-островка:

$$E_{ch}(n, n_g) = E_C(n + n_g)^2, \text{ где } E_C = e^2/C_\Sigma; n_g = c_g V_g;$$

Условие туннелирования:

$$\delta E_{ch} = \pm eV = \pm \Delta = 4E_C \quad \text{за счет кулон. блокады}$$

$$\epsilon^\pm = \delta E_{ch} / \Delta = \pm 2(E_C / \Delta)(n + n_g \pm 1/2)$$

$$0 - V_g = 0; n_g = 0; n = -1; E_{ch} / E_C = 1$$

$$1 - V_g = -1/C_g; n_g = -1; n = -1; E_{ch} / E_C = 4 \geq \Delta / E_C$$

$$1a - V_g = -1/C_g; n_g = -1; n = 0; E_{ch} / E_C = 1$$

$$2 - V_g = -2/C_g; n_g = -2; n = 0; E_{ch} / E_C = 4$$

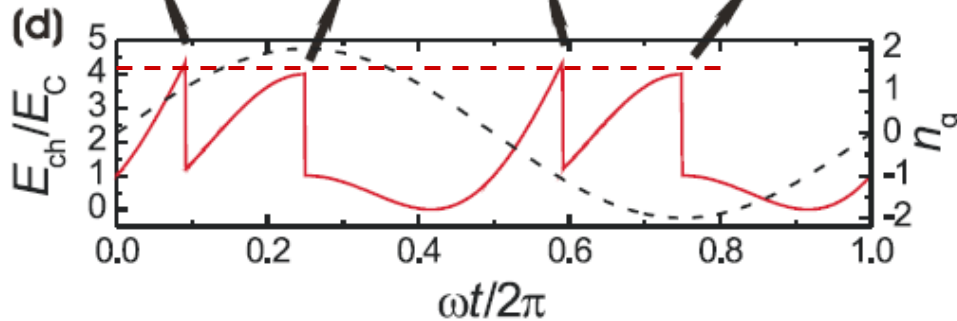
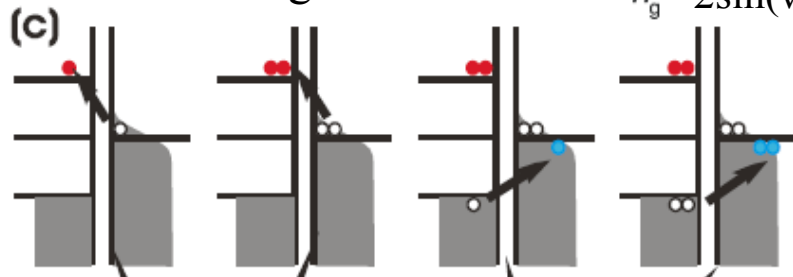
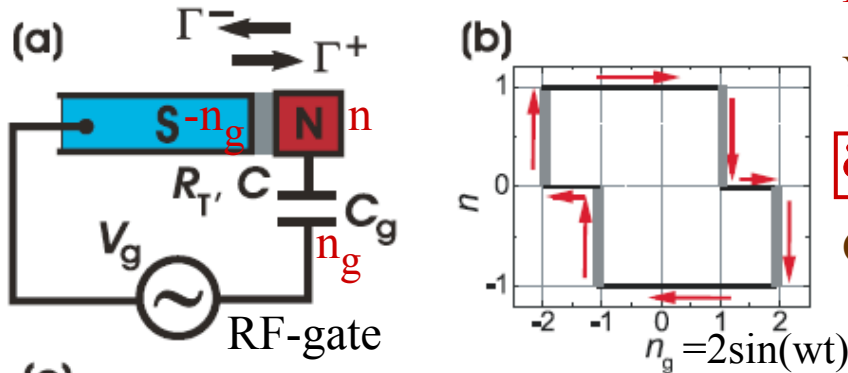
$$2a - V_g = -2/C_g; n_g = -2; n = +1; E_{ch} / E_C = 1$$

$$3 - V_g = 1/C_g; n_g = 1; n = 1; E_{ch} / E_C = 4$$

$$3a - V_g = 1/C_g; n_g = 1; n = 0; E_{ch} / E_C = 1$$

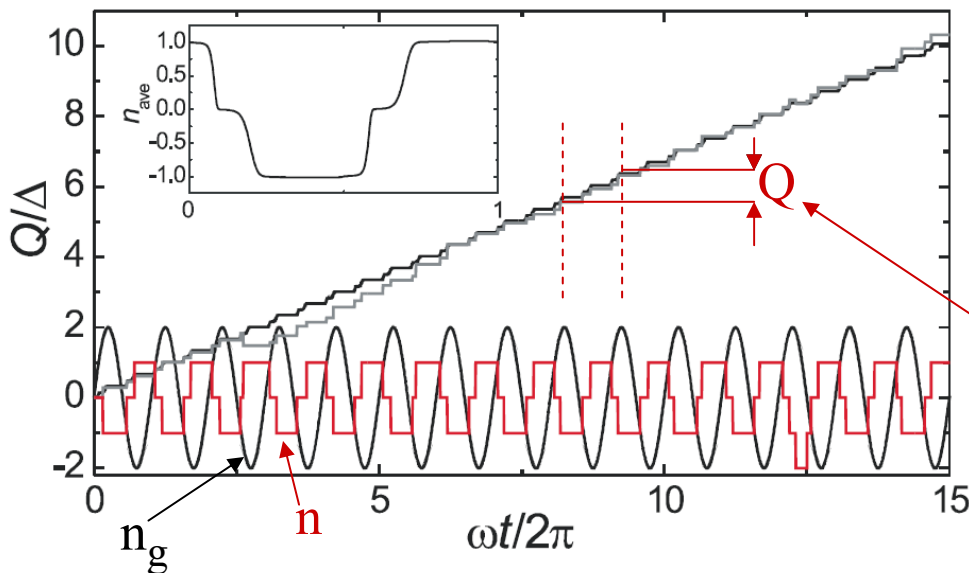
$$4 - V_g = 2/C_g; n_g = 2; n = 0; E_{ch} / E_C = 4$$

$$4a - V_g = 2/C_g; n_g = 2; n = -1; E_{ch} / E_C = 1$$



Радиочастотный одноэлектронный рефрижератор

Pekola, Giazotto, Saira (PRL, 2007)



Средняя энергия за акт туннелирования:

$$Q^\pm \approx \mp \left[\frac{kT}{2} + \Delta(1 + \epsilon^\pm) \right]$$

$$\epsilon^\pm = \delta E_{ch}/\Delta = \pm 2(E_C/\Delta)(n + n_g \pm 1/2)$$

Энергия, удаляемая за один ВЧ-цикл:

$$Q = n_t(Q^- - Q^+) \sim n_t kT,$$

Где n_t – число туннельных актов за ВЧ-цикл

$kT/\Delta=0.05$; $\epsilon_C = E_C/\Delta=0.3$; $R_T=30 \text{ k}\Omega$; $f=10 \text{ MHz}$

Скорость охлаждения $\dot{Q} \sim f$ до $\tau_{e-e}^{-1} \sim 10^9 \text{ Гц}$
пока электронная система находится в квазиравновесии

