Сборник трудов симпозиума «Нанофизика и наноэлектроника», Нижний Новгород, 2006

Динамическая локализация в квантовых точках

М. А. Скворцов
Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, Черноголовка, Россия
e-mail: skvor@itp.ac.ru

Квантовые точки — искусственно созданные металлические нанобразцы — представляют собой уникальную лабораторию для изучения взаимного влияния эффектов квантовой интерференции и межэлектронного взаимодействия [1, 2]. Одним из наиболее распространённых способов создания квантовых точек является использование полупроводниковых гетероструктур, когда квантовая точка формируется из двумерного электронного газа с помощью системы затворов (см. рис. 1). Прикладывая напряжение к затворам, можно менять как прозрачность контактов, соединяющих точку с внешним миром, так и форму самой квантовой точки.

Если форма квантовой точки меняется со временем (либо путём модуляции напряжения на затворе, формирующем точку, либо в результате микроволновой подсветки), то система будет поглощать энергию. В замкнутой системе возникающие при этом джоулевы потери приводят к увеличению эффективной температуры электронов и линейному росту полной энергии системы со временем действия возмущения: $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}(0) + W_0 t$. В открытой системе рост температуры будет остановлен электрон-фононной релаксацией и/или обменом электронами с холодными резервуарами; при этом внутри квантовой точки установится стационарное неравновесное распределение, а скорость диссипации энергии в термостат будет даваться той же самой величиной W_0. В обоих случаях скорость поглощения энергии W_0 определяется чувствительностью спектра квантовой точки ко внешнему возмущению, его амплитудой и частотой.

Описанный выше механизм поглощения энергии переменного поля предполагает, что кинетика электронов описывается классическими уравнениями. Однако, так как процесс поглощения и испускания системой квантов внешнего поля определяется квантовой механикой, возможно возникновение интерференционных эффектов, которые не укладываются в простейшую схему с постоянной скоростью разогрева W_0. В случае периодического возмущения в системе возникает явление *динамической локализации*, когда скорость поглощения энергии уменьшается со временем действия возмущения, так что в результате система совсем перестаёт поглощать энергию (см. рис. 2).

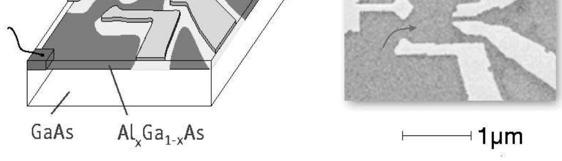

Рис. 1. Квантовая точка с хаотической (неинтегрируемой) динамикой [1].

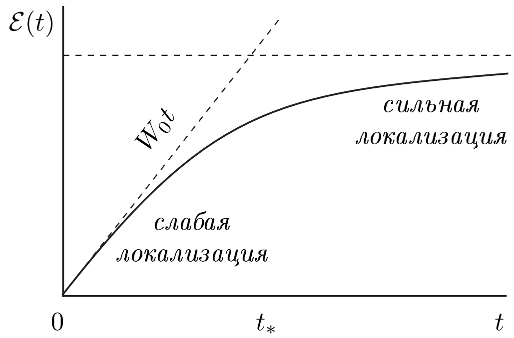

Рис. 2. Зависимость полной энергии замкнутой системы от времени действия гармонического возмущения (без учёта взаимодействия).

Явление динамической локализации было открыто в модели возбуждаемого периодическими толчками квантового ротатора (см., например, обзор [3]). Недавно динамическая локализация была обнаружена в эксперименте с ультрахолодными атомами в поле модулированной стоячей лазерной волны [4] — системе, описывающейся моделью квантового ротатора с периодическими толчками. Однако, в силу того, что ротатор является квантовомеханической системой с одной степенью свободы, эта модель не может описать кинетику сложных твердотельных систем со многими степенями свободы. Последовательная микроскопическая теория кинетики таких систем под действием периодического возмущения построена в работе [5].

Динамическая локализация в замкнутой системе без взаимодействия. Исходным пунктом теории является положение о том, что статистика электронных уровней в квантовой точке с хаотической (неинтегрируемой) динамикой описывается теорией случайных матриц. Для справедливости этого утверждения необходимо, чтобы все характерные энергии в задаче (температура T и частота внешнего возмущения ω; здесь и далее $k_B = \hbar = 1$) были меньше энергии Таулесса $E_{\mathrm{Th}} = 1/t_{\mathrm{erg}}$, определяемой как обратное время диффузии через образец. На языке случайных матриц зависимость формы квантовой точки от напряжения на затворе φ описывается однопараметрической траекторией гамильтониана в пространстве случайных матриц:

$$H(\varphi) = H_0 + V\varphi, \tag{1}$$

где H_0 и V можно считать независимыми случайными матрицами ортогональной симметрии (в отсутствие магнитного поля). Теория характеризуется средним расстоянием между уровнями Δ и чувствительностью уровней по отношению к изменению внешнего параметра, которую удобно характеризовать величиной

$$\Gamma = \frac{\pi}{2\Delta}\left\langle\left(\frac{\partial E_n}{\partial\varphi}\right)^2\right\rangle, \tag{2}$$

пропорциональной среднему квадрату «скорости уровня».

Кинетика системы под действием *зависящего от времени* параметра $\varphi(t)$ определяется решением уравнением Шрёдингера

$$i\frac{\partial\Psi(t)}{\partial t} = H(\varphi(t))\Psi(t) \tag{3}$$

для многочастичной электронной волновой функции $\Psi(t)$. Физические величины (например, скорость поглощения энергии) выражается через усредненные по беспорядку матричные элементы, посчитанные по точным волновым функциям $\Psi(t)$. Данная задача решается с привлечением формализма Келдышевской техники для неравновесных систем.

В пренебрежении квантовой интерференцией скорость поглощения энергии может быть посчитана с помощью формулы Кубо:

$$W_0 = \frac{\Gamma}{\Delta}\overline{\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2} = \frac{\Gamma A^2\omega^2}{2\Delta}, \tag{4}$$

где черта означает усреднение по времени, а второе равенство написано для гармонического возмущения $\varphi(t) = A\sin\omega t$. Квазиклассическое выражение (4) имеет такой же смысл, что и формула Друде для проводимости металла: в обоих случаях не учитываются интерференционные эффекты, приводящие к локализации.

Как и в теории слабой андерсоновской локализации, первая квантовая поправка к квазиклассической скорости поглощения W_0 дается диаграммой с одной куперонной петлёй. Предполагая, что возмущение включено в момент времени $t = 0$, первая поправка к скорости поглощения имеет вид [5]:

$$\delta W(t) = \frac{\Gamma}{\pi}\int_0^t \varphi'(t)\varphi'(t-\xi)C_{t-\xi/2}(\xi,-\xi)d\xi, \tag{5}$$

где $\varphi' \equiv d\varphi/dt$, а динамический куперон, зависящий от трёх времён, даётся выражением

$$C_t(\eta,\eta') = \exp\left[-\frac{\Gamma}{2}\int_{\eta'}^{\eta}(\varphi_+ - \varphi_-)^2 d\tau\right] \tag{6}$$

с $\varphi_\pm = \varphi(t \pm \tau/2)$. Для временно́й зависимости $\varphi(t)$ общего положения куперон $C_t(\eta,\eta')$ затухает с увеличением разности времён $\eta - \eta'$, что есть следствие сбоя фазы в переменном поле. Однако в случае гармонического возмущения зависимость куперона от времени устроена более сложным образом:

$$C_t(\eta,\eta') \approx \exp\left[-\Gamma A^2(\eta-\eta')\cos^2\omega t\right], \tag{7}$$

где взят длинновременной предел $\omega(\eta - \eta') \gg 1$. Таким образом, на фоне экспоненциального затухания с $\eta - \eta'$ существуют моменты времени $t_k = (k + 1/2)\pi/\omega$, когда куперон оказывается не мал. Суммируя вблизи этих точек, получаем *отрицательную* поправку к квазиклассической скорости поглощения, *растущую со временем* действия возмущения:

$$\frac{\delta W(t)}{W_0} = -\sqrt{t/t_*}, \qquad t_* = \frac{\pi^3\Gamma A^2}{2\Delta^2}. \tag{8}$$

Формула (8), справедливая при $t \ll t_*$, описывает режим *слабой динамической локализации*. На временах порядка t_* первая интерференционная поправка становится сравнимой с затравочной величиной W_0, и система непрерывно переходит в режим *сильной динамической локализации*, где она практически перестаёт поглощать энергию (см. рис. 2). Написав время установления локализации t_* в виде $t_* \sim W_0/(\omega^2\Delta)$ и вспомнив, что W_0 является классической величиной, можно еще раз убедиться в том, что динамическая локализация является квантовым эффектом: она исчезает в пределе $\Delta \to 0$.

Система, находившаяся исходно при нулевой температуре, за время t_* разогреется до температуры $T_* \sim \Gamma A^2\omega/\Delta$. Величину T_* можно рассматривать как длину локализации в энергетическом пространстве.

Влияние декогерентности. Изложенная выше картина динамической локализации предполагает наличие идеальной фазовой когерентности. Любые процессы сбоя фазы будут приводить к разрушению локализации в энергетическом пространстве и, как следствие, к конечной скорости поглощения энергии [6]. Можно выделить три причины потери когерентности электронов в квантовой точке: 1) электрон-электронное взаимодействие; 2) электрон-фононное взаимодействие; 3) обмен электронов между квантовой точкой и резервуаром. Поэтому в общем случае скорость сбоя фазы может быть представлена в виде суммы трех вкладов: $\gamma_\varphi = \gamma_{\text{e-e}} + \gamma_{\text{e-ph}} + \gamma_{\text{esc}}$.

Для того, чтобы динамическая локализация могла проявиться, необходимо, чтобы время сбоя фазы γ_φ^{-1} намного превосходило время t_* установления локализации в энергетическом пространстве: $\gamma_\varphi t_* \ll 1$. Тогда через время порядка t_* после включения периодического возмущения система перейдёт в режим сильной динамической локализации и перестанет поглощать энергию. Однако через время порядка γ_φ^{-1} фазовая когерентность электрона будет разрушена, и он опять будет готов к поглощению энергии. За время t_* он снова локализуется в энергетическом пространстве, ожидая следующего неупругого процесса. Средняя скорость накачки энергии может быть оценена как поглощенная за время t_* энергия, помноженная на скорость дефазировки γ_φ:

$$W_{\text{in}} \sim W_0 \gamma_\varphi t_*. \tag{9}$$

Важно отметить, что описанный выше механизм влияния дефазировки на поглощение энергии предполагает, что сбой фазы происходит «мгновенно», а не в результате последовательных малых изменений. Для процессов электрон-электронного и электрон-фононного взаимодействия это следует из того, что типичная передача энергии имеет масштаб порядка температуры T, которая превосходит как γ_φ, так и t_*^{-1} (поэтому скорость сбоя фазы для них совпадает со скоростью квазичастичной релаксации). Для процессов обмена с термостатом мгновенность очевидна, так как замена электрона случайным образом изменяет его фазу.

Роль электрон-электронного взаимодействия в замкнутой системе. Рассмотрим для начала замкнутую систему, в которой единственным источником декогерентности является межэлектронное взаимодействие. Принципиально важным оказывается то обстоятельство, что скорость электронной релаксации в квантовой точке $\gamma_{\text{e-e}}$ является функцией её температуры (которую в неравновесном случае надо понимать как характерную ширину функции распределения) [7]:

$$\gamma_{\text{e-e}}(T) \sim \Delta \frac{T^2}{E_{\text{Th}}^2}. \tag{10}$$

(Отметим в связи с формулой (10), что при $T \ll E_{\text{Th}}$ уширение уровней $\gamma_{\text{e-e}}(T)$ за счёт процессов электрон-электронных столкновений оказывается меньше среднего расстояния между уровнями Δ, что оправдывает использование теории случайных матриц в задаче со взаимодействием.) Подставляя (10) в (9) и выражая полную энергию системы $\mathcal{E}$ через температуру электронов T, получим

$$\frac{dT^2}{dt} \sim \frac{\Delta T_*^2}{E_{\text{Th}}^2} T^2. \tag{11}$$

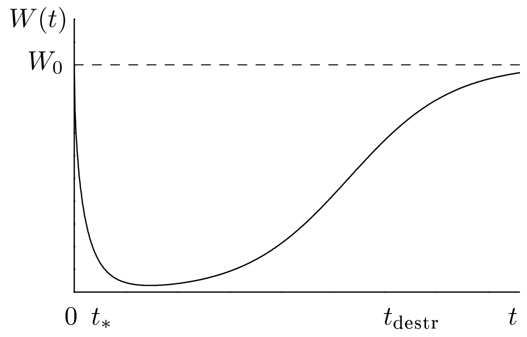

Рис. 3. Формирование динамической локализации и её разрушение в замкнутой системе за счёт взаимодействия.

Это уравнение описывает экспоненциальный разогрев замкнутой квантовой точки. Он закончится, когда в силу роста температуры скорость электронной релаксации $\gamma_{\text{e-e}}(T)$ станет порядка $1/t_*$, после чего система выйдет на омический режим поглощения с постоянной скоростью W_0. Это произойдёт через время $t_{\text{destr}} \sim (E_{\text{Th}}^2/\Delta T_*^2)\ln(E_{\text{Th}}^2 \Delta t_*/T_*^2)$. Зависимость скорости поглощения $W(t)$ от времени схематически показана на рис. 3.

Таким образом, на достаточно больших временах динамическая локализация в *замкнутой* квантовой точке разрушается электрон-электронным взаимодействием [6].

Возможность экспериментального наблюдения. Чтобы локализацию в энергетическом пространстве можно было наблюдать на эксперименте, необходимо устроить отвод тепла от квантовой точки, что позволит остановить рост температуры и выполнить неравенство $\gamma_\varphi(T)t_* \ll 1$. С этой целью нужно рассматривать не замкнутую, а *открытую* квантовую точку. При этом необходимо иметь в виду, что уход электронов через контакты не только является механизмом охлаждения точки (что желательно), но и вносит дополнительный вклад в процессы дефазировки (что нежелательно). Отсюда следует, что связь с резервуарами должна быть достаточно слабой, чтобы возникающий за счёт неё дополнительный сбой фазы не разрушил динамическую локализацию. Иными словами, квантовая точка должна находиться в режиме кулоновской блокады, когда связь с термостатом осуществляется контактами с кондактансами $g_1, g_2 \ll 1$ (в единицах $e^2/2\pi\hbar$). Как мы увидим ниже, в этом режиме динамическая локализация проявляется в модификации формы пика кондактанса: возникает широкое плато в зависимости кондактанса от приложенного напряжения [8].

В открытой системе под действием постоянной накачки устанавливается стационарный режим, характеризующийся равенством скорости поглощения $W_{\rm in}$, определяемой выражением (9), и скоростью охлаждения $W_{\rm out}$ за счёт обмена электронов с холодным резервуаром. Детальное вычисление [8] даёт для $W_{\rm out}$ выражение, напоминающее закон Видемана-Франца:

$$W_{\rm out} \sim (g_1+g_2)\frac{G}{G_0}T^2, \qquad (12)$$

где G — кондактанс открытой квантовой точки, $G_0 = g_1g_2/(g_1+g_2)$ — величина кондактанса в пике проводимости. При выводе (12) предположено, что температура квантовой точки T значительно превосходит температуру электронных резервуаров (чем объясняется пропорциональность T^2), и опущен несущественный множитель, логарифмически слабо зависящий от G.

Вблизи пика кондактанс является функцией температуры электронов в квантовой точке и напряжения на затворе $V_g \equiv U/e$, отсчитанного от точки вырождения состояний с n и $n+1$ электроном [8]:

$$G(U,T) = G_0\left[1-\frac{x\tanh x}{\ln(2\cosh x)}\right], \qquad (13)$$

где $x = U/(2T)$.

Для того, чтобы определить форму пика кондактанса, т.е. найти зависимость G от U, необходимо решить уравнение теплового баланса $W_{\rm in} = W_{\rm out}$. Пренебрегая фононами (см. ниже) и считая, что основным каналом сбоя фазы является электрон-электронное взаимодействие, а не уход в резервуар, из уравнений (9), (10) и (12) получим, что в этом режиме кондактанс не зависит от приложенного напряжения: $G/G_0 \sim (T_*/E_{\rm Th})^2/(g_1+g_2)$. Таким образом, мы приходим к выводу, что в открытой системе *динамическая локализация проявляется в наличии плато на кривой* $G(U)$, см. рис. 4(b). Для самосогласованности теории необходимо выполнение условия $g_1+g_2 \gg (T_*/E_{\rm Th})^2$, т.е. точка должна быть достаточно открытой.

Температура квантовой точки должна быть найдена из уравнения (13). При малых U она оказывается настолько низкой ($T < T_*$), что скорость дефазировки за счёт ухода в резервуар $\gamma_{\rm esc}$ становится больше $\gamma_{\text{e-e}}$. Это соответствует переходу от плато к пику $G(U)$.

С другой стороны, при увеличении U $G(U)$ уменьшается, а эффективная температура T увеличивается. Поэтому при больших U в игру начинают вступать фононы (их вклад в скорость охлаждения $W_{\rm out} = T^6/T_{\rm ph}^4$ пренебрежимо мал при $T < T_{\rm ph} \sim 1$ K). Учёт фононов приводит к проседанию плато со стороны больших напряжений, см. рис. 4(a).

Заключительные замечания. Итак, фундаментальное квантово-механическое явление — динамическая локализация — имеет

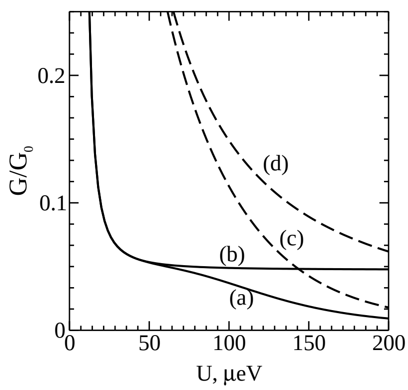

Рис. 4. Форма пика кондактанса в режиме динамической локализации (a) с учётом и (b) без учёта фононного охлаждения. Пунктиром показаны аналогичные кривые для чисто омического поглощения. Графики из работы [8] построены для точки размером $\sim 1\mu$m с $\Delta = 0.3\ \mu$eV, $E_{\rm Th} = 100\ \mu$eV в поле $\Gamma A^2/2 = 1\ \mu$eV, $\omega = 3\ \mu$eV ($\omega/2\pi \approx 0.7$ GHz).

место в неравновесных твердотельных структурах. Она проявляется косвенно в образовании плато на зависимости кондактанса от напряжения на затворе в режиме кулоновской блокады.

Остаётся открытым принципиально важный вопрос о возможности непосредственного наблюдения динамической локализации в замкнутой системе. Ожидается, что формула (10) для скорости электрон-электронной релаксации отказывает при низких температурах, и в системе возникает *локализация в фоковском пространстве* многочастичных состояний [9]. В этом режиме в закмнутой квантовой точке отсутствует термолизация, и можно ожидать, что локализация в фоковском пространстве восстановит динамическую локализацию.

[1] L. Kouwenhoven, C. M. Marcus, Phys. World **11**, 35 (1998).

[2] I. L. Aleiner, P. W. Brouwer and L. I. Glazman, Phys. Rep. **358**, 309 (2002).

[3] F. M. Izrailev, Phys. Rep. **196**, 299 (1990).

[4] F. L. Moore *et al.*, Phys. Rev. Lett. **73**, 2974 (1994).

[5] D. M. Basko, M. A. Skvortsov, and V. E. Kravtsov, Phys. Rev. Lett. **90**, 096801 (2003).

[6] D. M. Basko, Phys. Rev. Lett. **91**, 206801 (2003).

[7] U. Sivan, Y. Imry, and A. G. Aronov, Europhys. Lett. **28**, 115 (1994).

[8] D. M. Basko and V. E. Kravtsov, Phys. Rev. Lett. **93**, 056804 (2004); Phys. Rev. B **71**, 085311 (2005).

[9] B. L. Altshuler, Y. Gefen, A. Kamenev, and L. S. Levitov, Phys. Rev. Lett. **78**, 2803 (1997).