

Летняя научная школа
“Нанофизика низких температур”

Фонд
Дмитрия Зимина
«ДИНАСТИЯ»

Валерий Рязанов

*Заведующий лабораторией сверхпроводимости
Института физики твердого тела РАН*

Пн. 20 августа 2007, 09:30 - 11:00

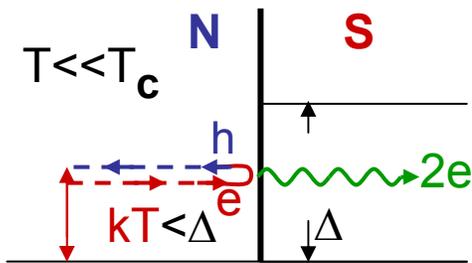
Гибридные структуры сверхпроводник-металл

Лекция 1

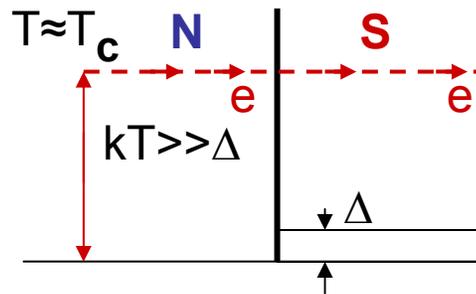
План лекции

- ВВЕДЕНИЕ. Явления на NS-границах раздела: Андреевское отражение и зарядовый разбаланс
- Электронные пары и квазичастицы в теории БКШ
- Заряд квазичастиц
- Андреевское отражение вблизи NS-границы раздела
- Избыточный ток в NS-контактах
- Инжекция неравновесных квазичастиц в сверхпроводник. Зарядовый разбаланс.
- Электрическое поле и избыточное сопротивление
- Волны зарядового разбаланса
- Нелокальные неравновесные эффекты
- Кросс-андреевское отражение и ко-туннелирование

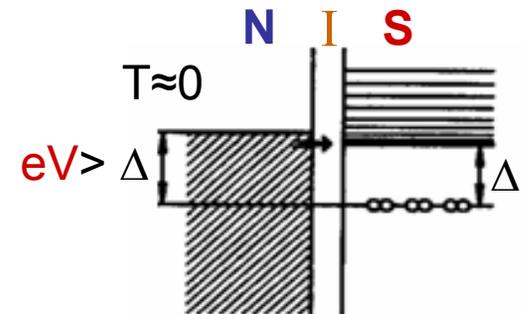
Электронный транспорт на NS-границах раздела: Андреевское отражение и инжекция неравновесных квазичастиц



Андреевское
отражение



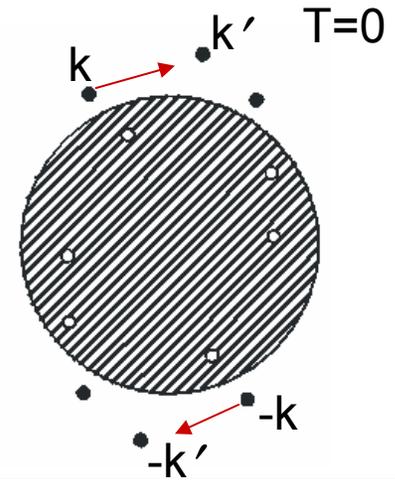
Квазичастичная инжекция над щелью



Основное состояние сверхпроводника и возбуждения-квазичастицы

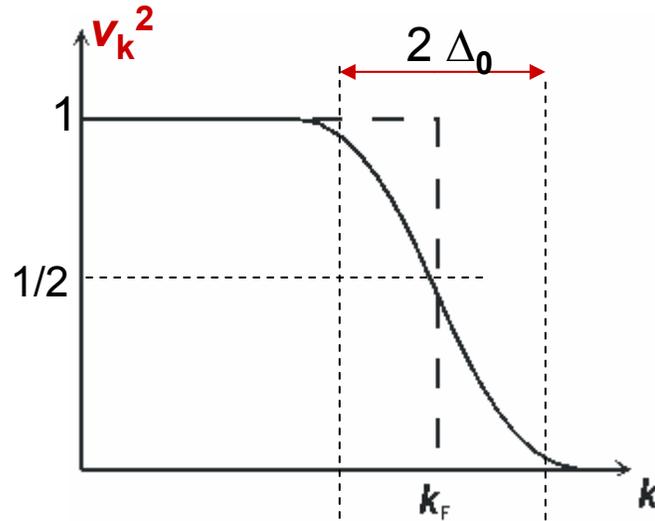
Динамические электронные пары

Факторы когерентности



$$v_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\epsilon_k}{E_k} \right)$$

$$u_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\epsilon_k}{E_k} \right)$$



$$\Delta k / k_F = \hbar \omega_D / E_F \sim 2 \Delta_0 / E_F$$

$$E_s = - \frac{N(0) \Delta_0^2}{2}$$

$\frac{N(0) \Delta_0}{2}$ - число пар

$-\Delta_0$ - выгода каждой пары

$$\epsilon_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \approx \frac{\hbar^2 k_F}{m} (k - k_F)$$

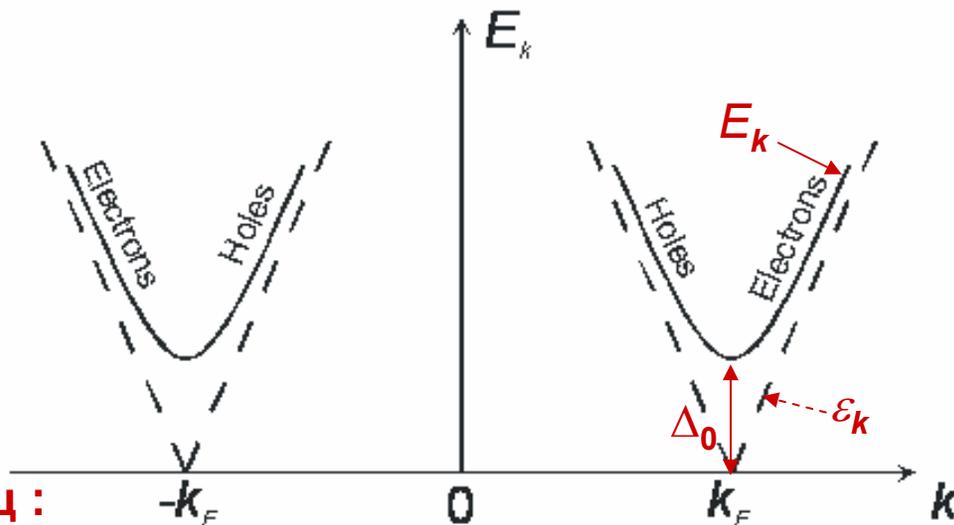
$$E_k = \sqrt{\epsilon_k^2 + \Delta_0^2}$$

Квазичастицы в сверхпроводнике

Энергетический спектр и плотность состояний

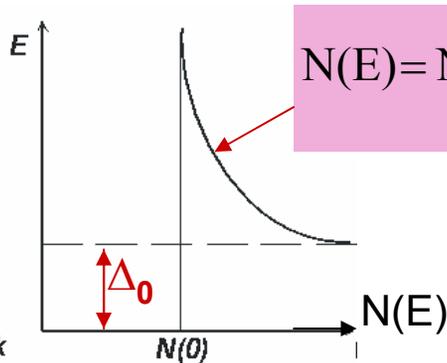
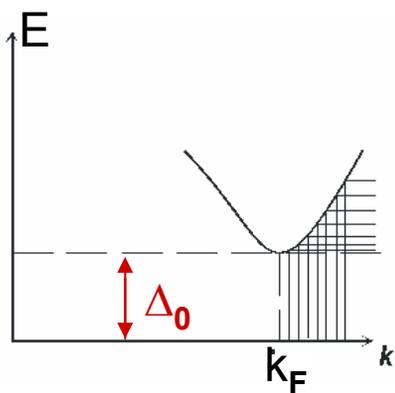
$$E_k = \sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_0^2}$$

$$\varepsilon_k = \left| \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \right| \approx \frac{\hbar^2 k_F}{m} |k - k_F|$$

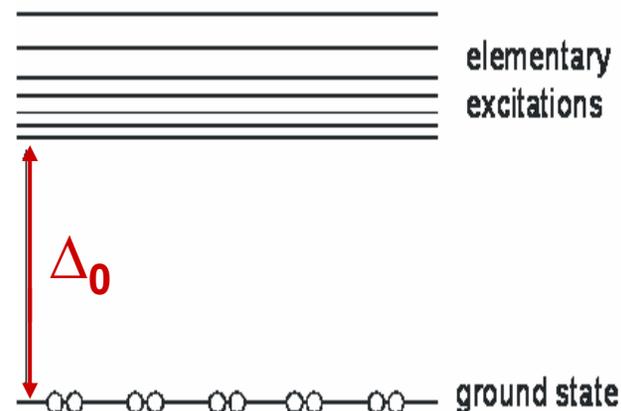


Плотность состояний квазичастиц :

$$N(E) = \frac{\partial n}{\partial E} = \frac{\partial n}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial E} = N(0) \frac{\partial}{\partial E} \sqrt{(E^2 - \Delta_0^2)}$$



$$N(E) = N(0) \frac{E}{\sqrt{(E^2 - \Delta_0^2)}}$$



Заряд квазичастиц в сверхпроводнике

Электроно-подобные квазичастицы ($u_k^2 > v_k^2$)

1) Парное состояние $(k_1, -k_1)$ с $k_1 > k_F$ и $v_k^2 \cong 0.3$ $u_k^2 \cong 0.7$

Состояния k_1 и $-k_1$ оба заполнены с вероятностью ~ 0.3

(пары “пребывают” в этом состоянии около 1/3 времени)

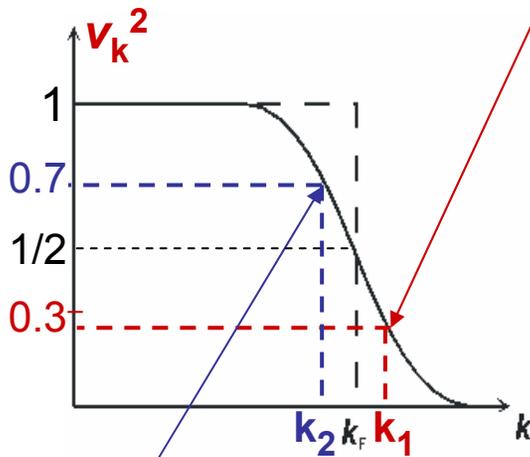
Создать квазичастицу в состоянии k_1 , это значит:

- состояние k_1 всегда заполнено: $+\Delta q = +0.7e = u_k^2 e$

- состояние $-k_1$ всегда пусто: $-\Delta q = -0.3e = -v_k^2 e$

Полный заряд такого возбуждения $q_{k_1} = -0.4|e|$ отрицательный!

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$



($u_k^2 < v_k^2$)

Дыркоподобные квазичастицы

2) Парное состояние $(k_2, -k_2)$ с $k_2 < k_F$ и $v_k^2 \cong 0.7$

(пары “пребывают” в этом состоянии около 2/3 времени)

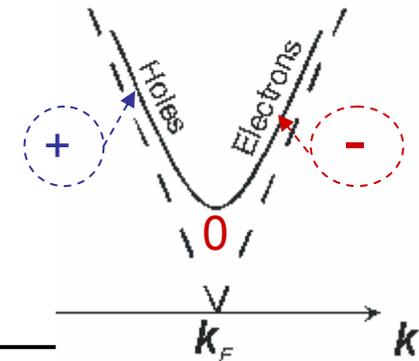
Квазичастицы в состоянии k_2 : - состояние k_2 всегда пусто: $-\Delta Q = -0.7e$

- состояние $-k_2$ всегда заполнено: $+\Delta Q = +0.3e$

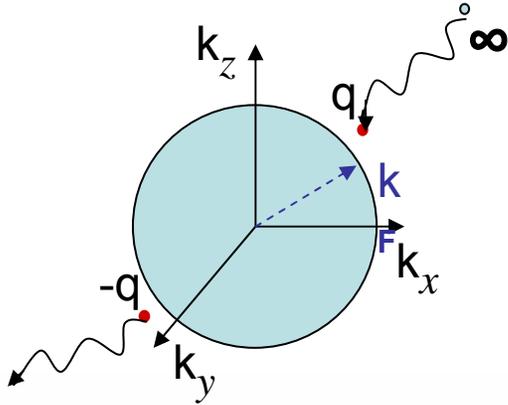
Полный заряд такого возбуждения $Q_{k_2} = +0.4|e|$ положительный!

Заряд квазичастиц с $k = k_F$ равен нулю: $Q_{k_F} = 0$

$$Q_k = v_k^2 - u_k^2$$



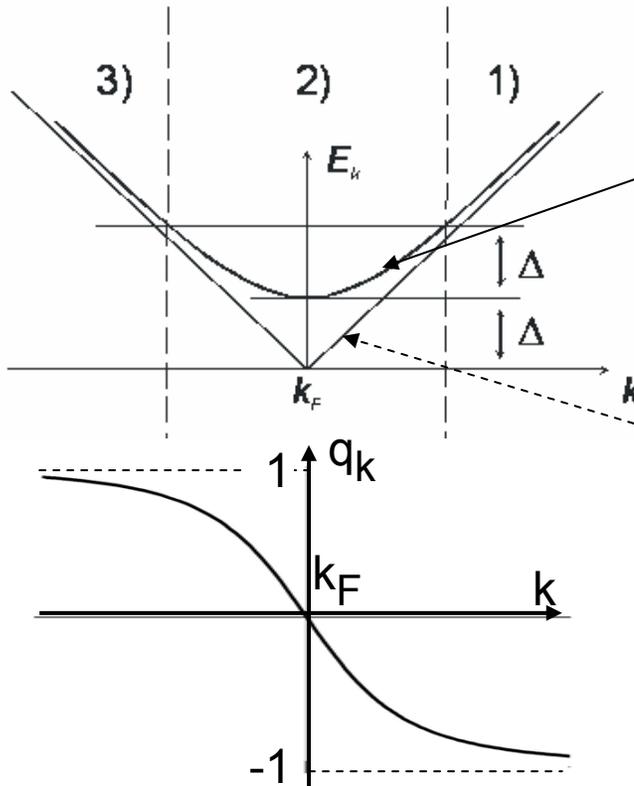
Заряд квазичастиц (II)



$$q_k = v_k^2 - u_k^2 = -\varepsilon_k / E_k$$

$$v_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_k}{E_k} \right)$$

$$u_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\varepsilon_k}{E_k} \right)$$



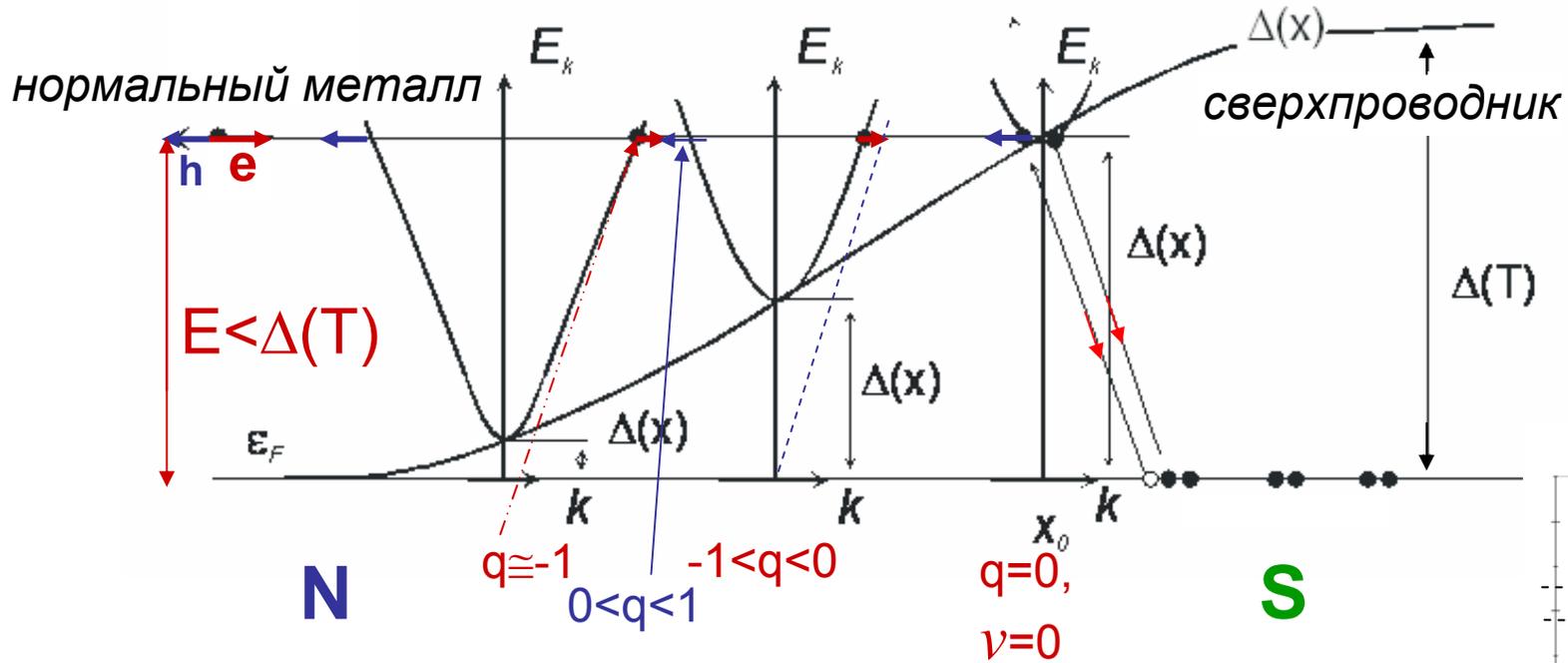
$$E_k = \sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_0^2};$$

$$\varepsilon_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \approx \frac{\hbar^2 k_F}{m} (k - k_F) = \hbar v_F (k - k_F)$$

$$q_k = -\varepsilon_k / (\varepsilon_k^2 + \Delta^2)^{1/2}$$

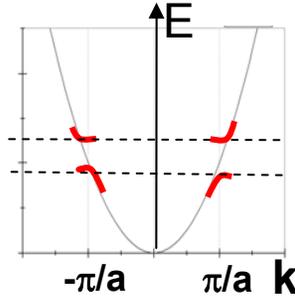
$$q_k > 0 \text{ для } k < k_F; \quad q_k < 0 \text{ для } k > k_F$$

Андреевское отражение на NS-границе



$$a^2 = 1$$

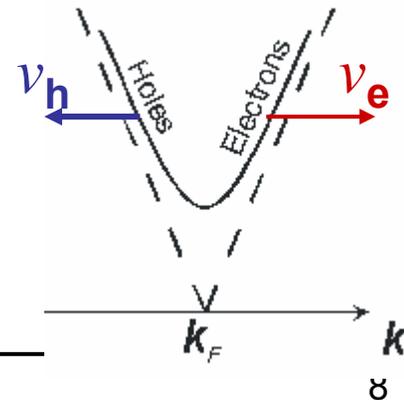
Аналогия с тв. телом



Групповая скорость квазичастиц

$$v_{gr} = \frac{\partial E}{\partial p} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial \epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial k} = \frac{\epsilon}{E} v_F = -v_F q$$

$$\epsilon = (\hbar^2 k^2 - \hbar^2 k_F^2) / (2m) = \hbar v_F (k - k_F); \quad E_k = \sqrt{\epsilon_k^2 + \Delta_0^2}$$

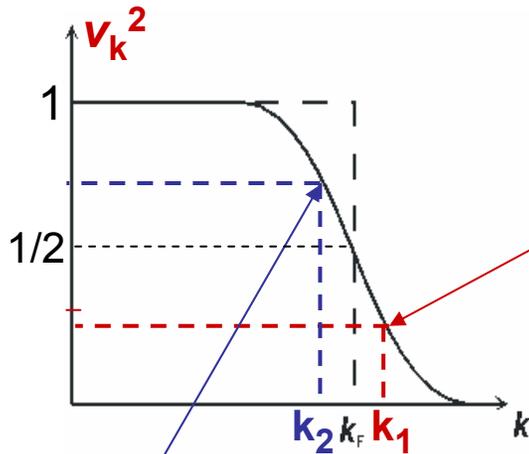
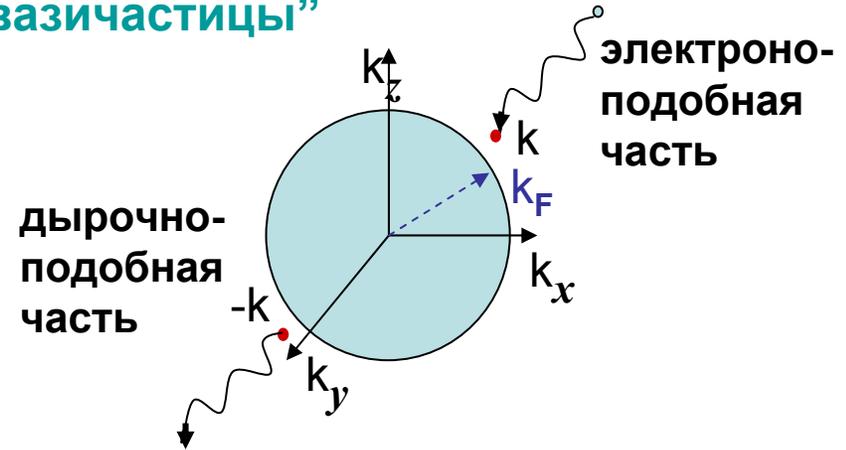


Боголюбовское представление квазичастиц

Двух-компонентные “Боголюбовские квазичастицы”

$$\Psi = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \exp(i k_F x) \quad k \approx k_F$$

↖ доля “электронности”
↙ доля “дырочности”

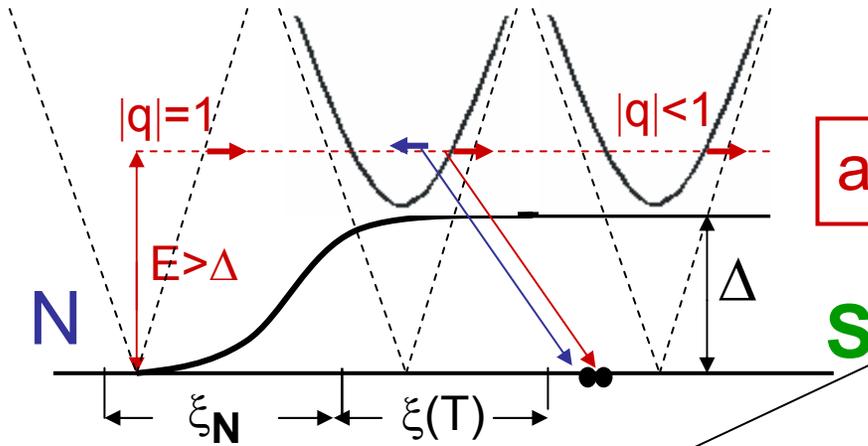


В целом электрoнo-подобные квазичастицы при $u_k^2 > v_k^2$

$$u_k^2 = 1 - v_k^2$$

В целом дырочно-подобные квазичастицы при $u_k^2 < v_k^2$

Андреевское отражение на NS-границе для $E > \Delta$



Налетающий электрон:

$$\Psi_{fl} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \exp(ik_F x)$$

↑ доля "электронности"
↓ доля "дырочности"

Отраженная дырка:

$$\Psi_{ref} = a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \exp(ik_F x)$$

↑ доля "электронности"
↓ доля "дырочности"

$k \approx k_F$ и для налетающего электрона и
для отраженной дырки

Прошедший электрон:
(неравновесный электрон)

$$\Psi_{tr} = b \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \exp(ik_F x)$$

↑
 $b^2 = 1 - a^2$

налет. отр. прош.

электр. часть $1 = 0 + b^2 u^2;$

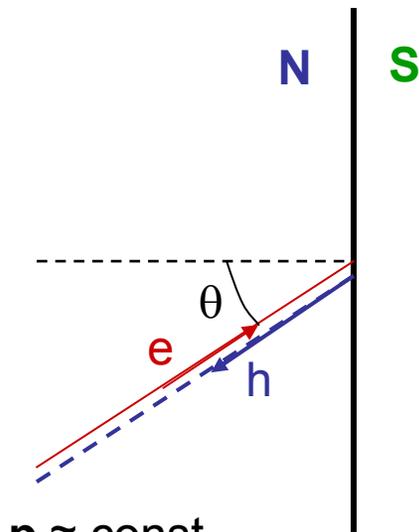
$b^2 = 1/u^2;$

дырочн. часть $0 = a^2 + b^2 v^2;$

$a^2 = |v/u|^2$ для $E \geq \Delta$

$= 1$ для $E < \Delta$

Андреевские связанные состояния



$p \approx \text{const}$

v меняет свой знак



Андреевское связанное состояние напоминает куперовскую пару

Длина когерентности из: $\Delta k \xi_N \sim 1$
(длина электрон-дырочной разфазировки)

Энергетический масштаб возбуждения в нормальном металле - $k_B T$

$\Delta E = |E_e| - |E_h| = 2\varepsilon_k \sim k_B T; \quad \Delta k \approx k_B T / (\hbar v_F); \quad \xi_N \sim 1/\Delta k$

$$\Delta E = \frac{\hbar^2 k_e^2}{2m} - \frac{\hbar^2 k_h^2}{2m} \approx \frac{\hbar^2 k_F}{m} \Delta k = \frac{\hbar p_F}{m} \Delta k = \hbar v_F \Delta k$$

$$v = \frac{\partial E}{\partial p} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$

$$\xi_N^{cl} = \frac{\hbar v_F}{2\pi k_B T}$$

Cu:
0.5 μm

Длина когерентности в чистом нормальном металле

Андреевские уровни

И.О.Кулик, ЖЭТФ 57, 1745 (1969)

Электрон-дырочное связанное состояние, совершающее ограниченное движение в потенциальном ящике, имеет дискретную систему уровней энергии с интервалами

$$E_0 = E_{n+1} - E_n = \hbar\omega = 2\pi\hbar/T_0 = \pi\hbar v_F |\cos\theta|/d_n$$

$$T_0 = 2(d_n/\cos\theta)/v_F; \quad d_n \gg \xi_0; \quad T \gg \hbar/\Delta$$

При e-h-отражении:

$$\chi_h = \chi_e + \chi_S - \arccos(E/\Delta)$$

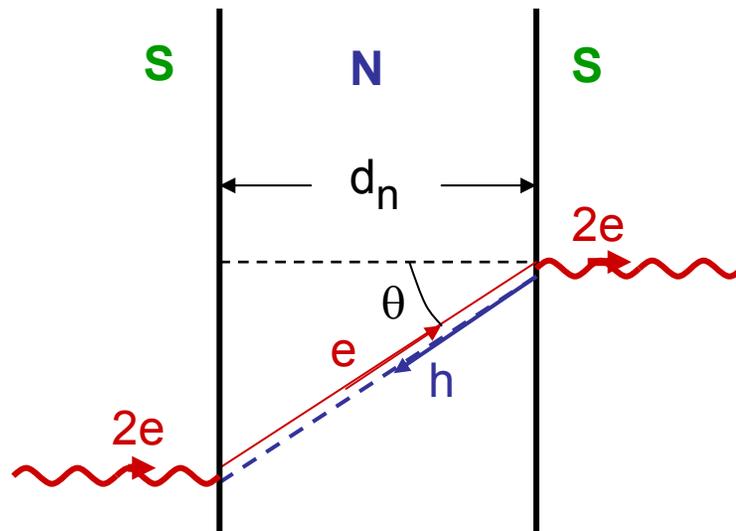
For $\theta=0$:

$$2\pi n = \chi_{S2} - \chi_{S1} + (k_e - k_h)d_n - 2 \arccos(E/\Delta)$$

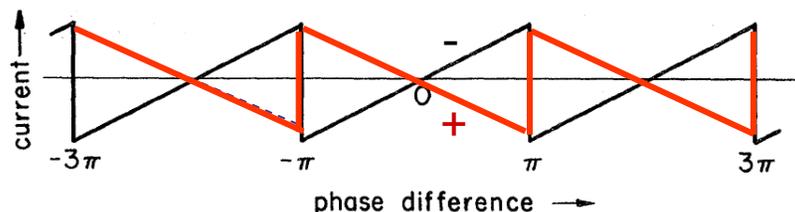
$$\varphi = \chi_{S2} - \chi_{S1}; \quad (k_e - k_h) = \Delta k = 2E/(\hbar v_F);$$

$$2\pi n = \varphi + 2Ed_n/(\hbar v_F) - 2 \arccos(E/\Delta)$$

$$E^\pm = \frac{\hbar v_F}{2d_n} \left(2\pi n + 2 \arccos \frac{E}{\Delta} \mp \varphi \right)$$

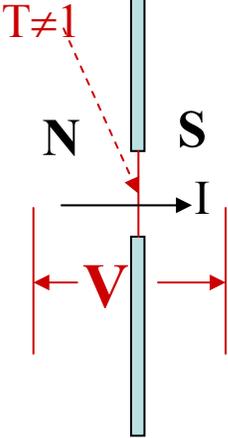


Фазовая коррекция, возникающая при переходе от электрона к дырке



$$j_s \sim \nabla \chi \sim -\frac{\varphi}{d_n}$$

Избыточный ток NS-контактов



$$I_{NS}(E)dE = I_{NN}(E) \Big|_{Z=0} [1+A(E)-R] dE; \quad Z - \text{ВТК-параметр рассеивающего барьера}$$

$A(E)$ -вероятность андреевского отражения

R - вероятность нормального отражения

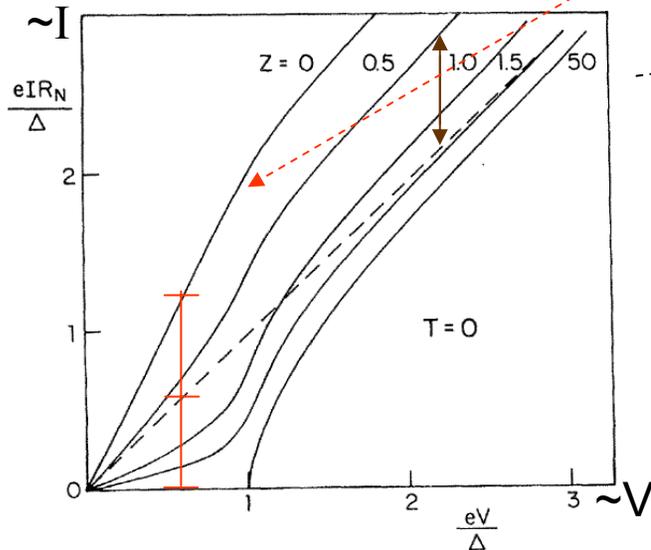
$$R = 1 - T = \frac{Z^2}{1 + Z^2}; \quad T\text{-коэф. прохода.}$$

$$R=0 \leftrightarrow Z=0$$

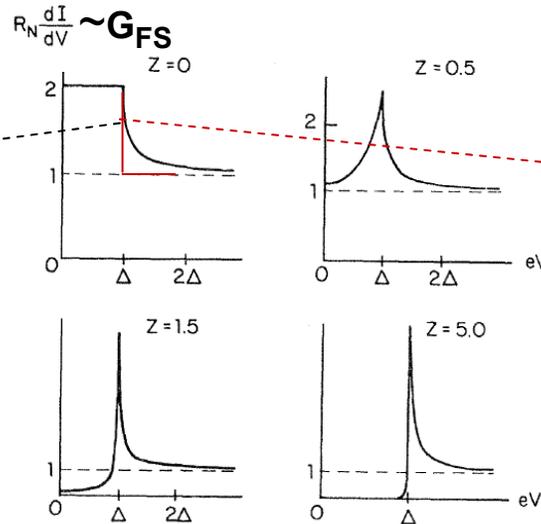
(баллистич. предел)

$$R=1 \leftrightarrow Z=\infty$$

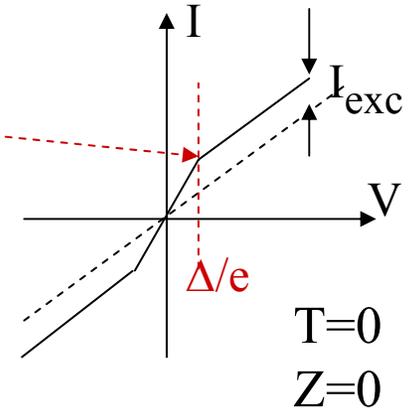
$$I_{exc} \equiv (I_{NS} - I_{NN}) \Big|_{eV \gg \Delta}$$



$$[1+A(E)-R]=2$$



$$I = V/R_n + I_{exc}(T) \text{sign} V$$

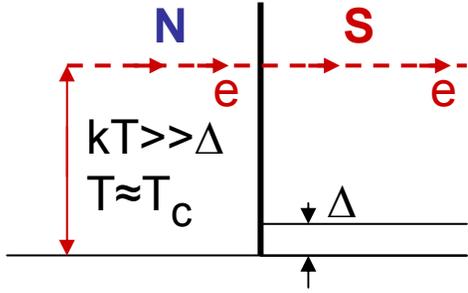


$$I(\Delta/e) \approx 2I_{exc} \approx 2\Delta/(eR_n);$$

Точный ответ:

$$I_{exc}(T=0) = (4/3)\Delta/(eR_n)$$

Инжекция неравновесных квазичастиц в сверхпроводник. Зарядовый разбаланс.

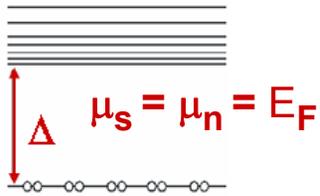


При $T \approx T_c$ вероятность Андреевского отражения ≈ 0 , квазичастицы проникают глубоко в СП и вносят заряд:

$$Q = \sum_k q_k f_k \neq 0; \quad q_k = -\varepsilon_k / E_k = -\varepsilon_k / (\varepsilon_k^2 + \Delta^2)^{1/2}$$

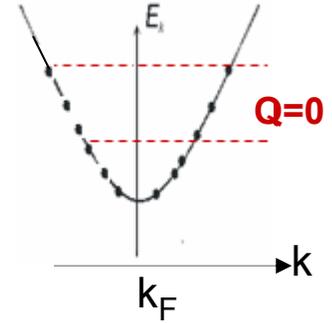
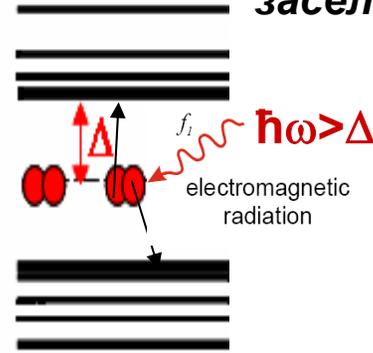
Энерг. уровень пар (хим. потенциал пар) μ_s отклоняется от равновесия: $\mu_s \neq E_F$

равновесие

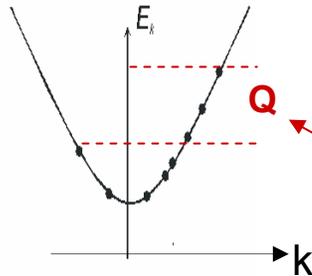
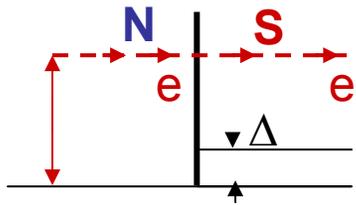


$$f_k = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_k}{k_B T}\right) + 1}$$

Симметричная неравновесная заселенность



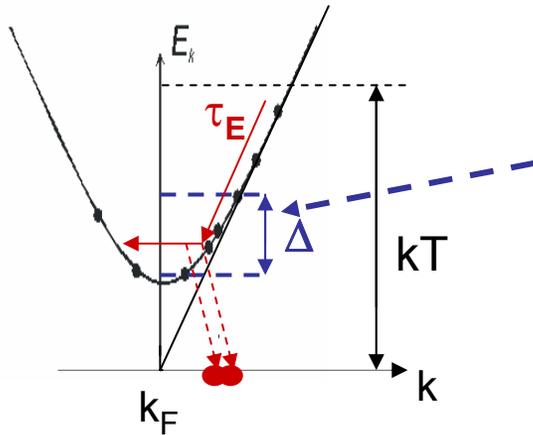
Несимметричный неравновес



Зарядовый разбаланс

$$Q = \sum_k q_k f_k \neq 0$$

Время и глубина релаксации зарядового разбаланса



Релаксация зарядового (электрон-дырочного) разбаланса - за счет **межветвевых перебросов в процессе энергетической релаксации квазичастиц.**

Конечная вероятность - в области уменьшения заряда $|q_k| < 1$, т.е. в энергетическом интервале $\sim \Delta$ над щелью.

Частота межветвевых перебросов: $\tau_Q^{-1} \sim \tau_E^{-1} \frac{\Delta}{k_B T}$

Время релаксации зарядового разбаланса для $T \approx T_c$

$$\tau_Q = \frac{4}{\pi} \frac{k_B T_c}{\Delta} \tau_E$$

τ_E - время электрон-фононной (энергетической) релаксации

A.Schmid & G.Schoen. JLTP 20, 207 (1975)

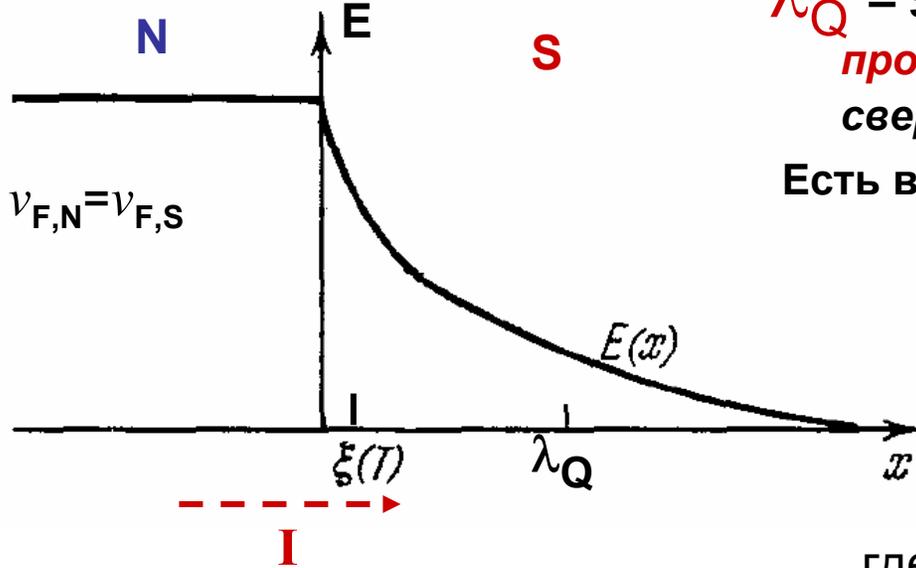
Глубина релаксации зарядового разбаланса для $T \approx T_c$

$$\lambda_Q = \sqrt{D \tau_Q} \sim \Delta^{-\frac{1}{2}};$$

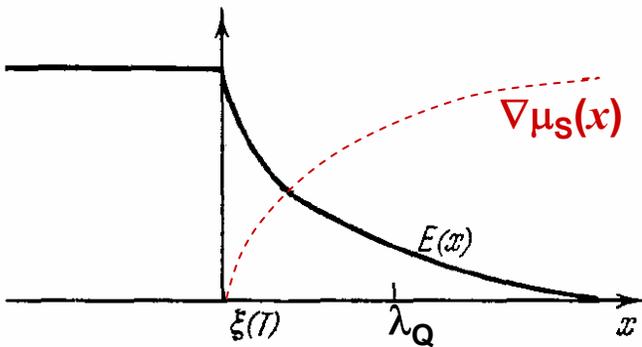
$$\lambda_Q = 0.85 l_E \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{-\frac{1}{4}}$$

Длина энергетической релаксации l_E близка к 1 мкм, т.е. $\lambda_Q \gg \xi$ составляет несколько мкм при $T \approx T_c$!

Продольное электрическое поле в сверхпроводнике



$$E = -\nabla\varphi = \nabla\mu_S / e;$$



λ_Q – это также **характерная глубина проникновения электрического поля в сверхпроводник**

Есть видимое противоречие с ур. Лондонов:

$$E = \frac{d}{dt} (\Lambda j_s) \quad ?$$

НО $\frac{dj_s}{dt} \sim \nabla\chi_s = 0!$

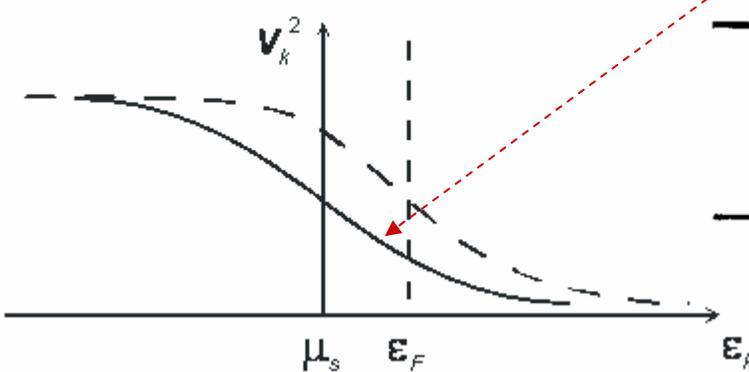
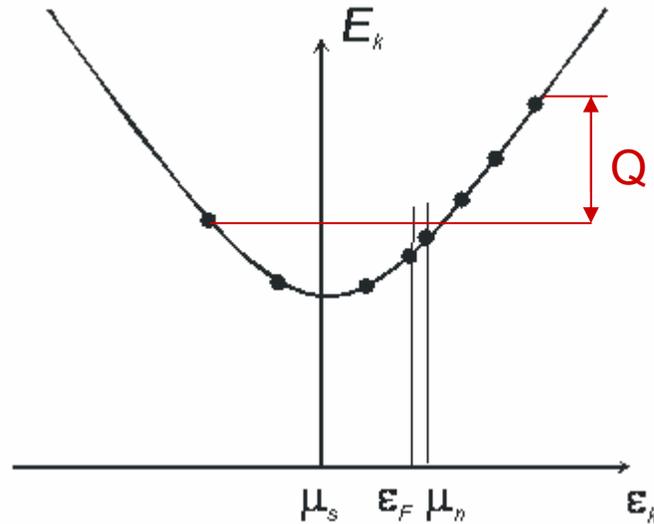
где χ_s – электрохимический потенциал пар

$\chi_s = e\varphi + \mu_S = \text{const}$; μ_S – химический потенциал пар

φ - электростатический потенциал

Неравновесное электрическое поле не ускоряет пары, поскольку компенсируется градиентом хим потенциала пар

Хим потенциалы пар и квазичастиц в неравновесном случае вблизи T_c



Полная электронная плотность $n = \text{const}$
(кристалл электронейтрален)

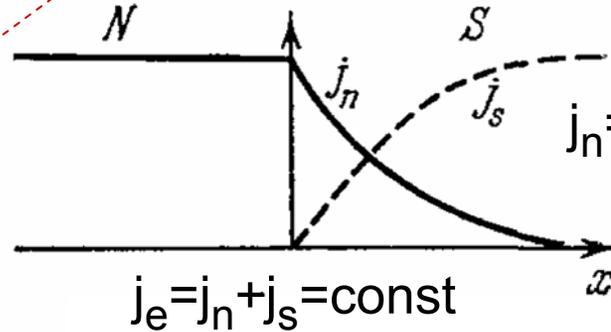
Плотность сверхпр. электронов: $n_s(T) = n(1 - T/T_c)$

$\delta n_n = \delta n_s$; $\delta \mu_n \ll \delta \mu_s$ при $T \approx T_c$

$\mu_n \approx E_F$; $-\delta \mu_s = Q/[2N(0)]$ $Q = 2N(0)(E_F - \mu_s)$

$E = -\nabla\varphi = \nabla\mu_s/e = -\nabla Q/[2eN(0)]$

$\text{div } \mathbf{j}_n = -\text{div } \mathbf{j}_s = -eQ/\tau_Q$



$\mathbf{j}_n = \sigma_s \mathbf{E} = -\sigma_s \nabla Q/[2eN(0)]$

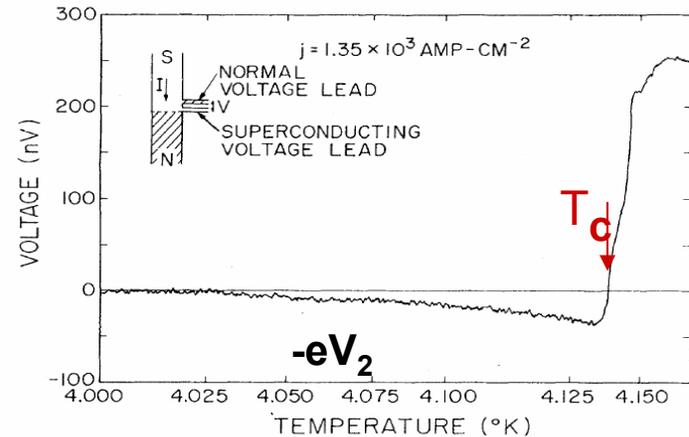
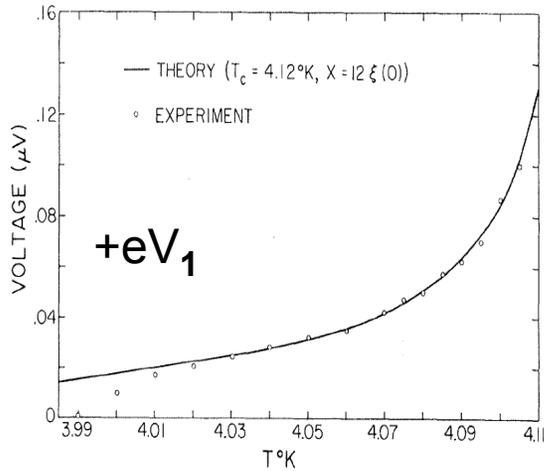
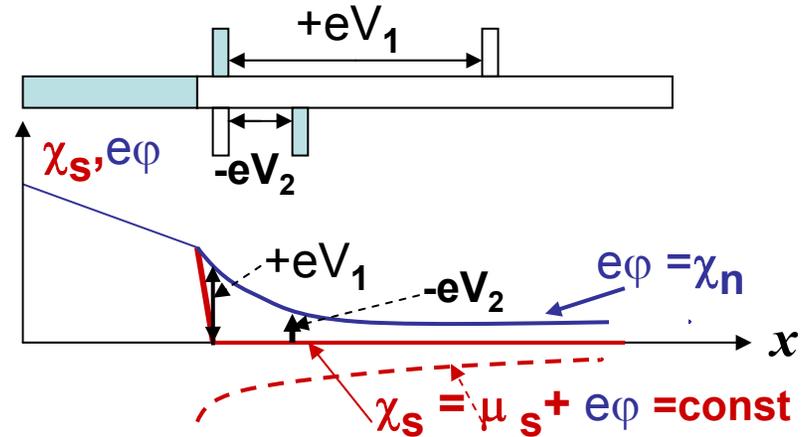
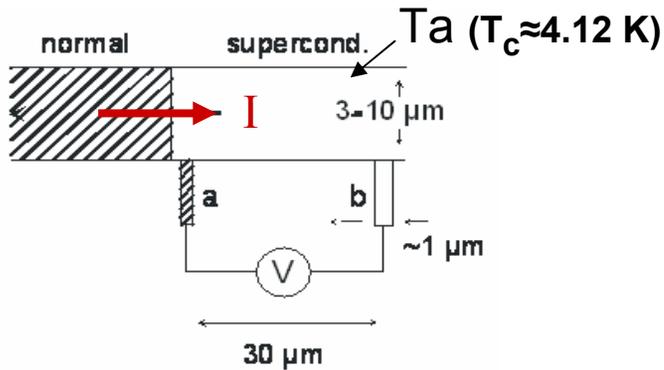
$$\nabla^2 Q = \frac{1}{\lambda_Q^2} Q$$

$Q \sim \exp(-x/\lambda_Q)$; $\mathbf{j}_n \sim E \sim \exp(-x/\lambda_Q)$

$$\lambda_Q^2 = \frac{\sigma_s \tau_Q}{2e^2 N(0)}; \quad \sigma = \frac{2}{3} e^2 N(0) v_F; \quad \lambda_Q = \sqrt{D \tau_Q}$$

Прямое измерение разности потенциалов пар и квазичастиц

Yu & Mercereu, PRL **28**, 1117 (1972)



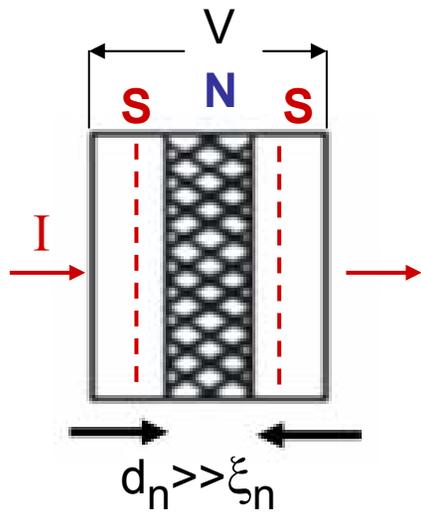
Избыточное сопротивление NS-границы

$$R = R_n + 2R_{exc}; \quad R_{exc} = Z(T) \rho_s \lambda_Q / S;$$

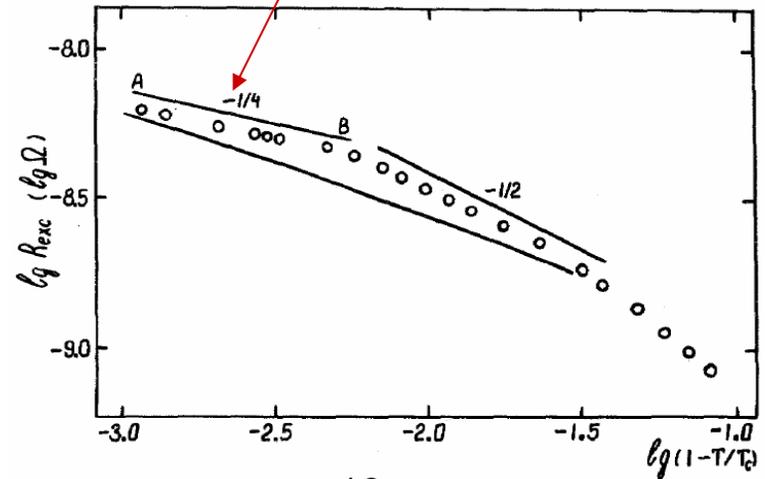
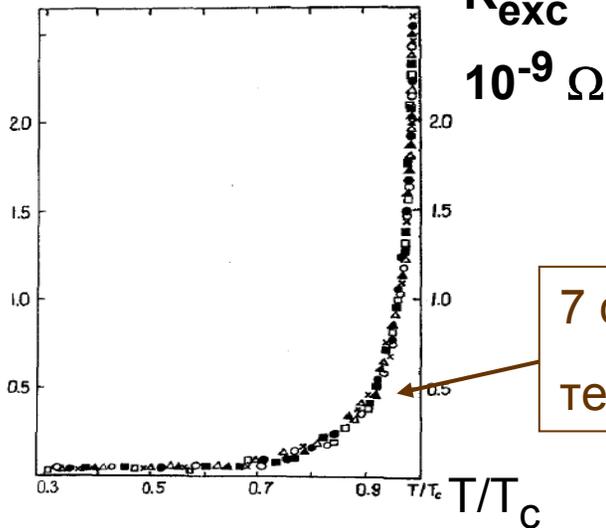
$0 \leq Z(T) \leq 1$ -доля электронов, испытывающих андр. отражение

$T \ll T_c$
 $R_{exc} \rightarrow 0$

$$T \approx T_c: \quad R_{exc} = \rho_s \lambda_Q / S \sim (1 - T/T_c)^{-1/4}$$



Ta-Cu-Ta



$$T_c = 4.38 \text{ K}; \quad \tau_E \sim 10^{-10} \text{ c}$$

7 сэндвичей Та-Сu-Та с $d_n = 13 - 22$ мкм,
 температурно-зависящая часть сопротивления

Ryazanov, Schmidt, Ermolaeva, JLTP **45**, 507 (1981)

Эксперимент Долана-Джекеля

Избыточное сопротивление центра проскальзывания фазы

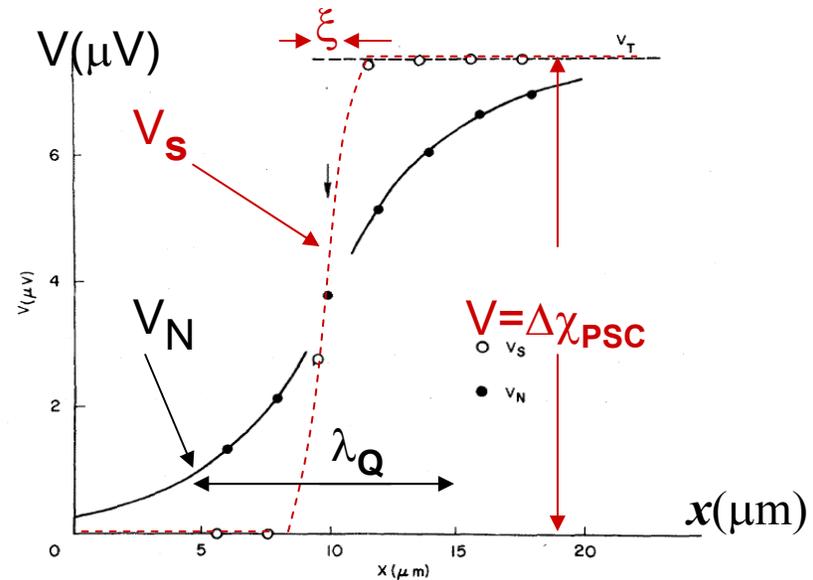
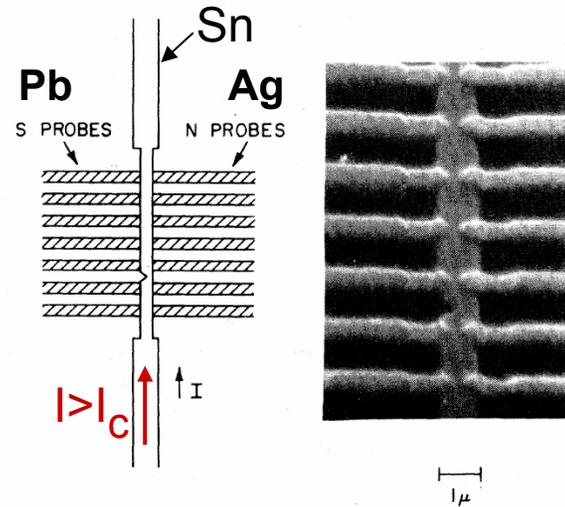
PRL 39, 1628 (1977)

Часть сверхпроводящего микромостика на длине $l \sim 2\lambda_Q$ вокруг ЦПФ – область избыточного сопротивления

Это сопротивление увеличивает V и джозефсоновскую частоту проскальзывания фазы.

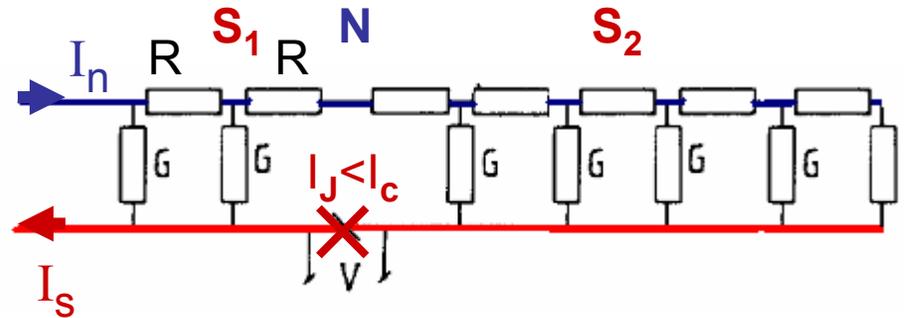
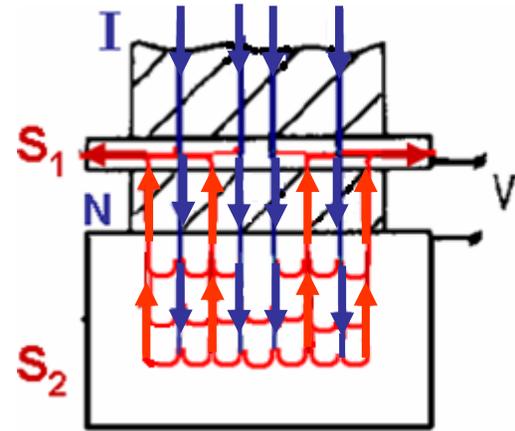
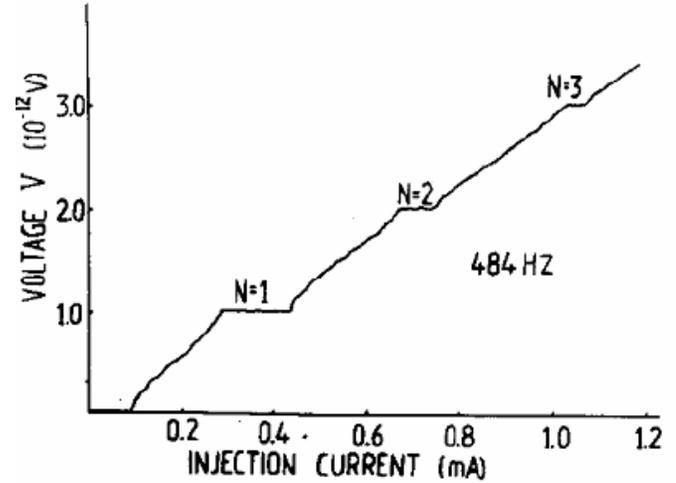
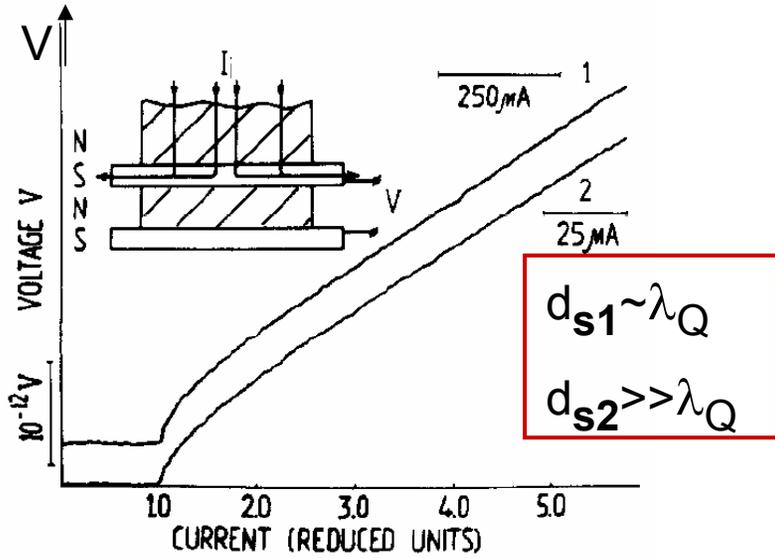
Хотя проскальзывание фазы происходит в гораздо более узкой области 2ξ ЦПФ “чувствует” избыточное сопротивление. Именно в области 2ξ наблюдается скачок электрохимпотенциала пар V_S

Изменение электрохимпотенциала квазичастиц, измеряемое нормальными пробами “размазано” на $2\lambda_Q$.



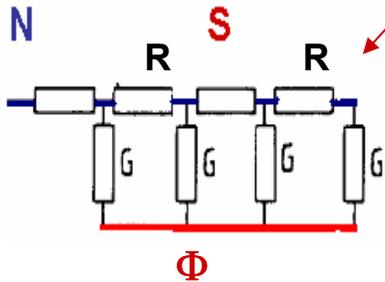
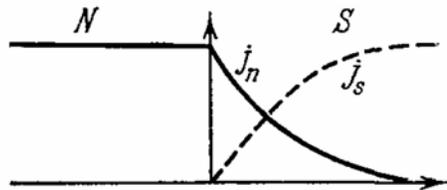
Нелокальные неравновесные эффекты

Kaplunenko, Ryazanov, Phys. Lett. A **110**, 145 (1985)



Эквивалентные цепи. Волны зарядового разбаланса

Стационарный случай



$$\frac{d^2Q}{dx^2} = \frac{1}{\lambda_Q^2} Q; \quad E = -\frac{1}{2eN(0)} \frac{dQ}{dx}; \quad \frac{2eN(0)dj_n}{\sigma dx} = -\frac{1}{\lambda_Q^2} Q$$

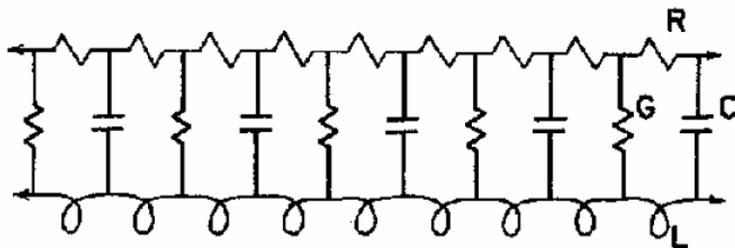
$$dI_n/dx + G\Phi = 0; \quad G = \sigma d^2 / \lambda_Q^2; \quad \Phi = -(\mu_s/e) = Q/[2e^2N(0)]$$

$$d\Phi/dx + RI_n = 0$$

$$dI_n/dx + G\Phi + Cd\Phi/dt = 0; \quad G = \sigma d^2 / \lambda_Q^2; \quad \Phi = Q/[2e^2N(0)]$$

$$d\Phi/dx + RI_n - LdI_s/dt = 0; \quad C/G = \tau_E; \quad C = \sigma \tau_E d^2 / (\lambda_Q^2);$$

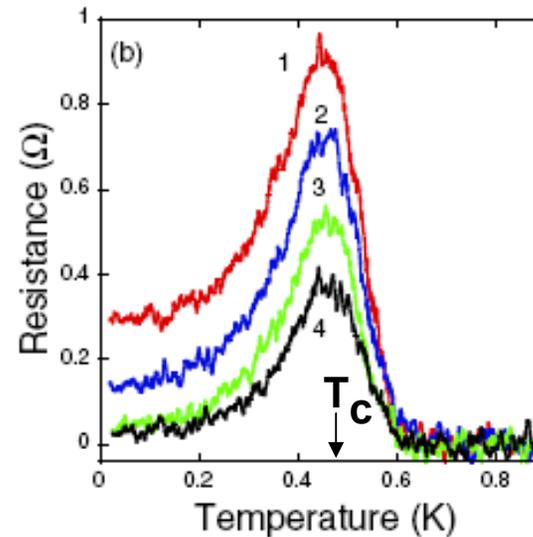
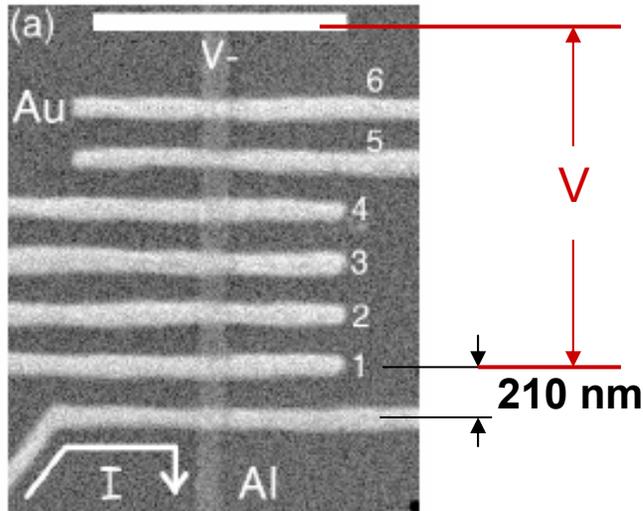
$L \approx$ кинетическая индуктивность



Первое наблюдение волн зарядового разбаланса:
Carlson-Goldman, JLTPT, 25, 67 (1976)

Нелокальные неравновесные эффекты (II)

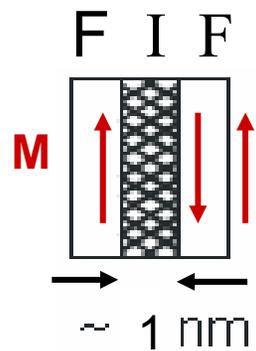
P. Cadden-Zimansky and V. Chandrasekhar, PRL 97, 237003 (2006)



$$R = Z(T)(\rho_s/S)\lambda_Q(T)\text{th}(x/\lambda_Q)$$

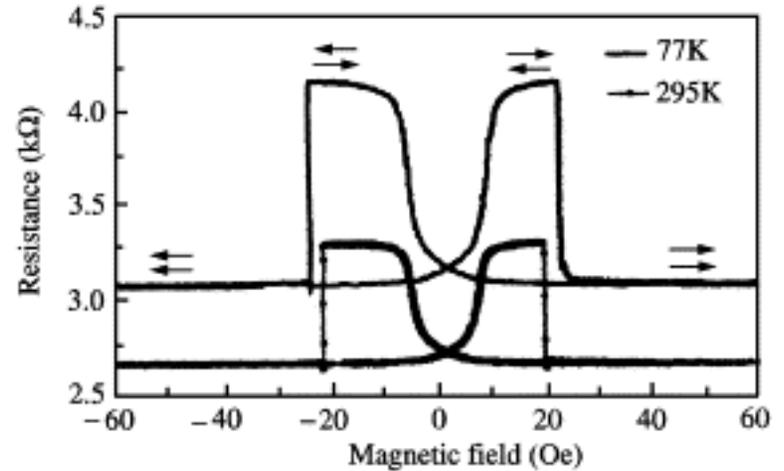
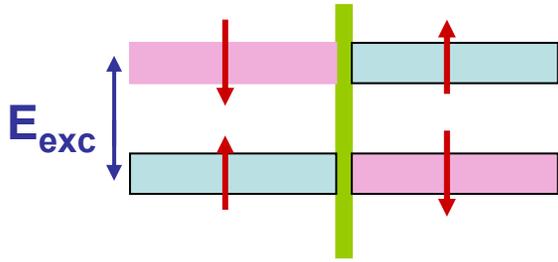
Обменное зонное расщепление. Эффект гигантского магнетосопротивления в туннельных FIF контактах

Магнитный туннельный переход



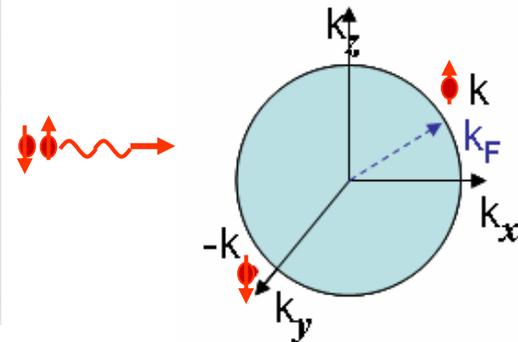
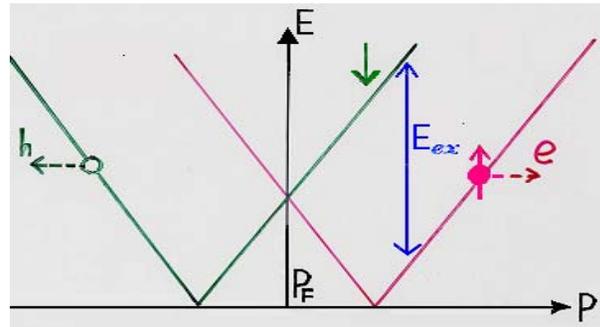
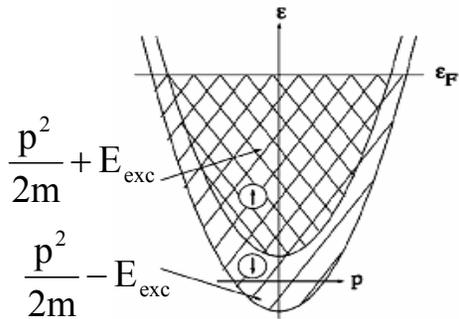
Giant magnetoresistance

GMR (TMR) -effect

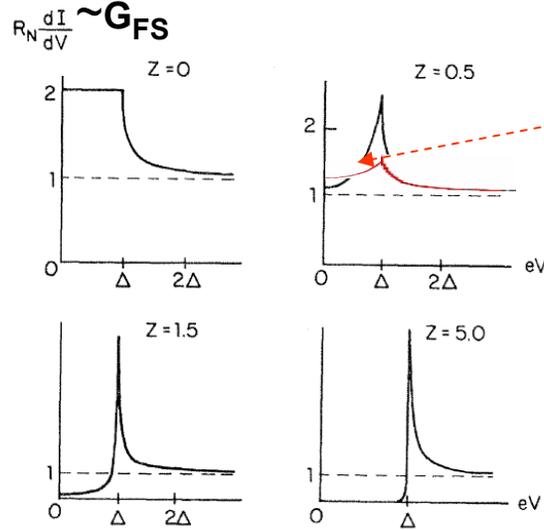
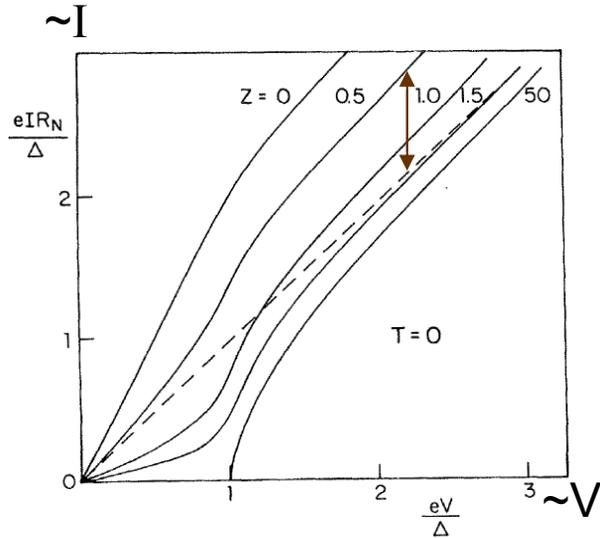


Co/Al₂O₃/Ni₈₀Fe₂₀

Подавление андреевского отражения на FS-границе

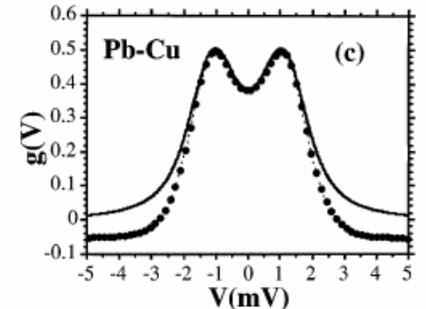
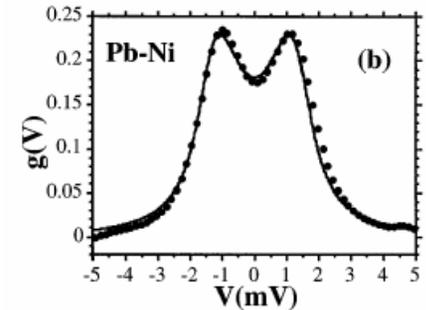
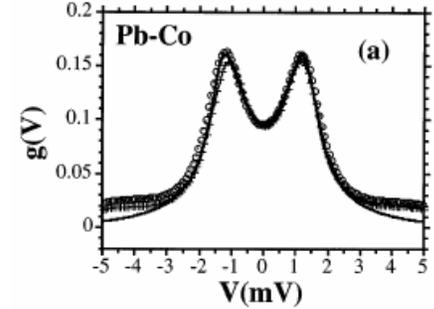


Измерение спиновой поляризации с помощью SF-контактов



$$I_{NS}(E)dE \sim [1+A(E)-R] dE$$

$$A \rightarrow A(1-P)$$



Upadhyay et al, PRL **81**, 3247 (1998)

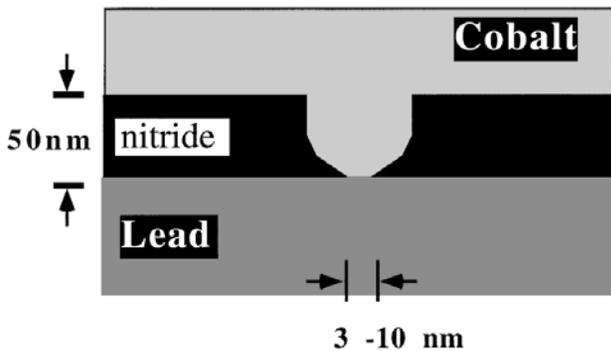
$$g(V) = \frac{G_{FS}(V) - G_{FN}(V)}{G_{FN}(0)}$$

$$P = (I_{\uparrow} - I_{\downarrow}) / (I_{\uparrow} + I_{\downarrow})$$

Co: 0.37 ± 0.02

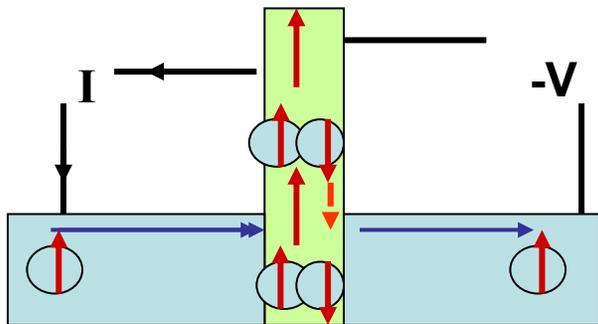
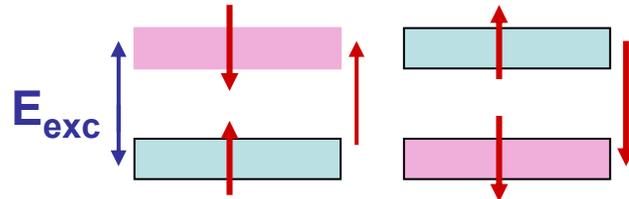
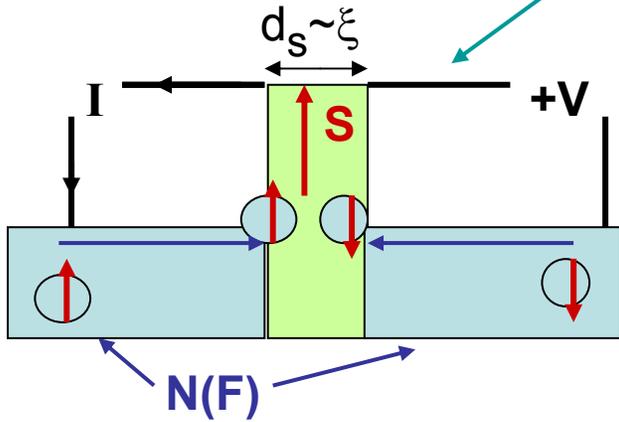
Ni: 0.32 ± 0.02

(Fe ~ 0.45)



Нелокальное кросс-андреевское отражение

Beckmann, Weber, Loehneysen, PRL **93**, 197003 (2004)



упругое ко-туннелирование

